I PRINCIPJ FISICI

DELLA

IDROSTATICA

SAGGIO

DEL PROFESSORE

GIOVANNI CANTONI

PAVIA
STABILIMENTO TIPOGRAFICO IN DITTA EREDI BIZZONI
DI LUIGI ROYER-COLLARD E C.°
1868.

I PRINCIPJ FISICI

DELLA

IDROSTATICA

SAGGIO

DEL PROFESSORE

GIOVANNI CANTONI

PAVIA
STABILIMENTO TIPOGRAFICO IN DITTA EREDI BIZZONI
DI LUIGI ROYER-COLLARD E C.°
1868.

Al Lettore (*)

L'esposizione dei principj d'idrostatica, quale è fatta ancor oggi nei corsi elementari di fisica, anche i meglio accreditati, non è tale da armonizzare i principj stessi con quelli che in altri capitoli di questa scienza si mostrarono fecondi di importanti rivelazioni teoriche e di trovati applicativi.

Fu già un notevole progresso l'aver introdotto, siccome fecero Mossotti (*a*) e Jamin esplicitamente nei loro corsi di fisica, le nozioni di comprimibilità e di elasticità nell'interpretare la trasmissione delle pressioni tra le parti di un liquido. Con ciò furon tolte quelle assurde teoriche, per le quali si pensava di poter intendere la comunicazione delle pressioni tra molecole supposte perfettamente dure, e si estese anche a questa parte della scienza il principio fondamentale della fisica molecolare, che il moto non può trasmettersi da uno ad altro corpo senza che intervengano le azioni di elasticità delle parti minime di ciascuno di tali corpi.

Rimane però ancora una notevole discrepanza tra il

(*) In questa prefazione trovansi riprodotte alcune parti di una memoria *sui principj d'idrostatica*, ch'io lessi al R. Istituto lombardo nell'adunanza del 28 maggio 1868.

(*a*) Nelle *Lezioni elementari di fisica matematica*, date a Corfù nell'anno scolastico 1840-41, e pubblicate a Firenze nel 1844.

modo di concepire l'esercizio della pressione tra le molecole d'un liquido, e quello che ormai è da tutti consentito nel dichiarare la pressione esercitantesi fra le parti di un fluido aeriforme. Per queste si ammette essere la pressione un atto dinamico, cioè la manifestazione di una serie incessante di impulsi, correlativi allo scambievole urtarsi delle molecole per la rispettiva loro velocità termica. Laddove nella idrostatica la pressione è concepita come un atto statico, cioè come la reciproca elisione di due continui sforzi, eguali ed opposti, cioè l' uno attrattivo e repulsivo l' altro.

Ora vuolsi dapprima considerare che un concetto così fatto, se può aver valore nella meccanica astratta, dove non si tien conto alcuno del modo di produzione delle forze e si guarda soltanto alla loro intensità relativa ed alla loro direzione, non può avere un preciso significato nella fisica sperimentale. Uno sforzo non potrebbe tradursi in atto se non corrispondesse già prima ed incessantemente all' impeto di una massa dotata d'un certo grado di velocità, cioè se non corrispondesse a ciò che in oggi si chiama una energia fisica od una forza viva. E infatti, ove si prendano in esame ad uno ad uno quei casi ne' quali noi siamo abituati e riguardare uno stato di equilibrio tra due o più sforzi, presto si riconosce che in ciascun d' essi vi hanno effettivi movimenti, che si vanno incessantemente componendo tra di loro, giusta il noto principio di Galileo, della coesistenza e composizione de' moti concorrenti.

Basti il por mente a questo caso. Due lottatori esercitano entrambi uno sforzo d'eguale misura per rovesciarsi in verso contrario l' uno all'altro; tanto che ognun d'essi resiste compitamente allo sforzo dell'altro, senza però soverchiarlo. In quest'atto non vi è movimento apparente e totale nelle due persone: ma è ben chiaro che l' uno e

l'altro di continuo si sollecitano a muoversi con moti effettivi di contrazione muscolare, de' quali non solo essi medesimi hanno una piena consapevolezza, ma ancora gli astanti ne hanno indizj manifesti, e dall'arrossamento del loro volto e dal sudore della loro cute e dal fremito della loro muscolatura. Epperò il fisico, non meno che il fisiologo ed il chimico, non può lasciar di riconoscere che quanto allora compendiosamente diciamo uno sforzo muscolare è la risultante di un grandissimo numero di movimenti nei filetti nervosi, nei vasi sanguigni e nelle fibre muscolari, per cui vi ha un attivo consumo di materiali organici per atti respiratori e nutritivi delle parti stesse; consumo che esser deve commisurato alla grandezza dello sforzo che si suppone fatto da ciascuno de' lottatori. E quando uno di questi, di sua volontà, venisse ad aumentare il proprio sforzo, bisognerebbe che l' altro, per non cedervi, accrescesse in pari misura lo sforzo proprio; l' equilibrio sussisterebbe di nuovo, ma è evidente che a mantenerlo, richiederebbesi un lavoro di respirazione e di nutrizione proporzionatamente maggiore.

Ma torniamo all' argomento. La forza espansiva di un fluido aeriforme, rinchiuso in un recipiente, a volume e temperatura costante, ben potrà essere dal meccanico intesa per mezzo di reciproci ed eguali sforzi di avvicinamento e di repulsione fra le molecole del fluido stesso. Invece il fisico, non potendosi acquietare a questo concetto ha alla perfine riconosciuto che codesta forza espansiva, benchè non mutabile nella sua grandezza, corrisponde alla assidua effettuazione di altrettanti urti e rimbalzi tra quelle molecole. Allo stesso modo, diciamo, la pressione in un fluido liquido, almeno pel fisico, presuppone effettive impulsioni scambievoli fra tutte le parti minime del fluido stesso.

Per verità questa illazione è già entrata nella scienza, dietro il divulgarsi della teoria termo-dinamica, della quale sarebbe una immediata conseguenza. Poichè in un liquido, non potendosi far astrazione dall' aver esso una data temperatura, non si può nemmanco fare astrazione da quei moti molecolari, che sono la ragione fisica della temperatura stessa, e che si mostrano efficaci nel tenere le sue molecole ad una determinata rispettiva distanza, contro l' opera della loro reciproca gravitazione: talchè lo stato di densità del liquido ha un' intima relazione col suo stato di temperatura.

Ma codesta dottrina non è per anco passata nel dominio dell' insegnamento elementare. Epperò crediamo opera non al tutto inutile il tentativo che quì facciamo di esporre i principj fisici dell'idrostatica con siffatte vedute, ed in forma elementarissima.

Poichè sarebbe sempre un intoppo per la mente degli studiosi se la dottrina dell'equilibrio e della pressione nei fluidi aeriformi fosse dichiarata tutt' altrimenti che l' analoga dottrina pei fluidi liquidi. Ed io poi mi vo sempre più persuadendo, che debbano man mano scomparire dalla scienza fisica taluni concetti di *moti virtuali* e di *semplici conati*, per far luogo a quelli di moti attuali od effettivi; tanto che opino non essere stata molto fortunata, almeno nel senso fisico, la distinzione che da alcuni Inglesi fu posta tra *energia potenziale* ed *energia attuale.*

Il principio di Pascal, che ponesi a fondamento della idrostatica, vien di solito dapprima considerato nel supposto che in una massa liquida omogenea operino solo le forze chiamate molecolari, senza alcun intervento di gravità. E allora si osserva che, supponendo uno sforzo reciproco di avvicinamento fra le molecole del liquido (coesione) ed un altro sforzo pur reciproco di discosta-

mento fra di esse (repulsione molecolare), perchè si verifichi e si mantenga l'equilibrio fra tutte queste parti, la cui scorrevolezza o fluidità supponesi perfetta, e le cui masse parziali suppongonsi fra loro eguali, converrà che le molecole stesse si trovino ad eguali rispettive distanze (considerando due a due le molecole contigue), affinchè sieno eguali e contrarj i reciproci sforzi di avvicinamento e di discostamento.

Tutto ciò sta bene in un senso puramente meccanico. Ma pel fisico devesi dichiarare che, tanto lo sforzo di aggregazione, quanto quello di repulsione, sono manifestazioni di due assidui movimenti molecolari, il moto di gravitazione ed il moto termico. E se l'ultimo di questi è in oggi facilmente ammesso, non può essere rifiutato nemmanco l'altro, perciocchè non si può ammettere che l'effetto di un moto attuale, qual è il moto termico molecolare, ossia che una energia attuale possa elidersi da tutt'altra cosa cui non risponda un movimento pure attuale (*a*).

(*a*) Per mettere in evidenza che la temperatura influisce su la pressione esercitata da un fluido liquido non meno che su quella spiegata da un fluido aeriforme, bisogna operare in condizioni analoghe per le due sorta di fluidi, facendo per modo che le singole parti della massa possano concorrere, colla loro reazione elastica, ossia colla loro cresciuta velocità termica, a determinare la risultante delle pressioni che si considerano operanti su le pareti del recipiente. Affinchè un fluido aeriforme manifesti un'incremento di forza espansiva e quindi di pressione sul recipiente, bisogna che questo lo rattenga, per ogni parte egualmente, dallo espandersi, nel mentr'esso subisce un'aumento di temperatura. Così ancora, onde riconoscere l'incremento di pressione in un fluido liquido per iscaldamento, bisogna che questo sia contenuto in un vaso con tal volume da empirne completamente il vano innanzi s'accresca la temperatura, e bisogna che in una parte della parete, mobile a guisa di embolo.

Ma dobbiam poi aggiungere che il fisico non può in niun modo fare astrazione dalla gravità nelle molecole di un liquido; giacchè la gravità, non meno che la gravitazione molecolare, è una delle manifestazioni della gravitazione universale, dalla quale non si può far astrazione, senza rendere monco e viziato il concetto di materia. Ora è facile persuadersi che nei liquidi anche la gravità si manifesta sempre siccome un moto attuale, il quale interviene coi predetti moti molecolari a produrre lo stato di pressione e tensione reciproca fra le parti di una massa liquida. Per modo che il principio di idrodinamica del Torricelli si collega intimamente col principio di idrostatica del Pascal, e si riconosce quindi anche in questa parte che le dottrine della statica non possono trattarsi scientificamente, se non come un particolar capitolo delle dottrine di dinamica (a).

Queste nozioni s' incontrano bensì in alcuni lavori di fisica matematica d' Inghilterra e di Germania, e sono

---

si contrapponga una pressione esterna mano mano crescente, nell'atto che lo si scalda, e tale da forzarlo a tenersi ad un volume costante. Nel quale caso, per chi ammette i principj della termodinamica non è dato niegare che l' incremento di pressione, determinato dall' aumento di temperatura, corrisponda ad un aumento nella velocità molecolare pel liquido. E se così è, come potrà rifiutarsi che pur la pressione esercitantesi dapprima, cioè innanzi l' accennato aumento di temperatura non sia effetto di un moto molecolare, sia termico, sia di gravità? Poichè solo nel caso, impossibile in natura, che il liquido si trovasse allo *zero assoluto* di temperatura, potrebbesi far astrazione dai suoi moti termici molecolari.

(a) Anche il Mossotti amava considerare le quistioni di statica subordinatamente a quelle di dinamica. I moti si compongono tra loro, giusta il principio di Galileo della coesistenza ed indipendenza dei moti impressi ad uno stesso punto o ad un sistema di punti; ma non si elidono, nè si annullano mai fra loro.

anche di volo toccate nella pregevole opera del padre Secchi: *Su l'unità delle forze fisiche*, a pag. 41. Ma ciò che ora importa è, che esse penetrino nell'insegnamento elementare della scienza; e si armonizzi così la dottrina dell'equilibrio nei fluidi liquidi con quella dei fluidi aeriformi (*a*).

Ho accennato sopra che la coesione di un liquido è pur essa una manifestazione di un'energia fisica, che chiamai gravitazione molecolare, per indicare che essa corrisponde, non soltanto ad uno sforzo, ma ancora ad un effettivo movimento. Ora, a confermare indirettamente quel concetto ed a schiarirlo con forme sperimentali, trovai opportuno di parlare delle condizioni fisiche della viscosità nei liquidi.

Sono ben note l'esperienze per le quali si riconosce la differenza che è tra viscosità e coesione di un liquido: la prima corrisponde alla resistenza opposta dalle molecole del liquido viscoso al loro scorrere le une su le altre; laddove la coesione corrisponde alla resistenza al discostamento reciproco dei centri di gravitazione delle molecole.

Codesta resistenza al ruotare o scivolare delle molecole le une in su le altre venne opportunamente dai fisici chiamata *forza d'orientazione molecolare*, supponendo che ciascuna molecola abbia un asse di figura, e che gli assi delle singole molecole influiscano gli uni in su gli altri per assumere una determinata direzione rispettiva. Ora ecco uno di que'casi in cui suolsi concepire uno sforzo fatto tra due parti di un corpo, senza supporre tra esse un

(*a*) Io feci qualche cenno su lo stato dinamico delle molecole liquide rispetto all'esercizio delle pressioni anche nella nota *Su la evaporazione e la diffusione dei liquidi*, da me letta all'Istituto lombardo nel giugno 1864, e nelle mie *Lezioni su le condizioni fisiche dell'elasticità*. (Pavia, 1867), pag. 53 a 55.

movimento qualsiasi. Ebbene, parmi facile, anche in questo caso, una spiegazione puramente meccanica del fenomeno.

Se ammettiamo che le molecole, così dei liquidi come dei solidi, abbiano un proprio movimento, corrispondente alla loro temperatura, potremo pur supporre che codesto movimento termico, se non in tutto, in parte almeno corrisponda ad un effettivo movimento di rotazione delle singole molecole intorno ad un loro asse di figura, oppure ad un movimento complessivo delle molecole costituenti un gruppo molecolare attorno ad un asse di figura del gruppo stesso. Ciò posto, e ritenuto il legame di coesione che è tra molecola e molecola, o tra gruppo molecolare e gruppo molecolare, cosicchè quelle o questi formano nel senso meccanico un sistema di punti fisici, si dovrà di necessità ammettere che in codesto sistema i singoli assi di rotazione delle parti opereranno per ridursi tra loro paralleli e di concorde verso; e questa azione reciproca sarà tanto più efficace quanto maggiori saranno le velocità di rotazione delle parti. Questo principio di meccanica fu già messo in evidenza anche sperimentalmente cogli ingegnosi apparecchi di Sire, di Foucault e di Bohnenberger, e trovò già importanti applicazioni. Ora, per chi abbia ben compreso questo principio, è lecito il dire che, se le molecole, od i gruppi molecolari dei corpi solidi o liquidi manifestano una forza di orientazione, dovranno essere in codeste parti effettivi (attuali) movimenti di rotazione. In altre parole, pei liquidi che si manifestano viscosi, e pei solidi che manifestano azioni orientatrici molecolari, si dovranno ammettere corrispondenti moti rotatorj intestini. Pertanto anche dal fatto della viscosità ne' liquidi si dovrebbe trarre un argomento a favore dello stato dinamico delle loro parti (*a*).

(*a*) Nella mia memoria *su alcune condizioni fisiche dell'affinità*,

E poichè la viscosità nei liquidi e le azioni direttrici molecolari nei solidi decrescono coll' aumentare delle distanze molecolari, e quindi anche della loro temperatura, si potrebbe altresì inferire, o che la predetta azione direttrice degli assi di rotazione decresca d' intensità coll' aumentare delle rispettive distanze degli assi stessi, oppure che col crescere della temperatura diminuiscano le velocità di rotazione delle molecole, per far luogo ad una velocità di traslazione rettilinea, la quale vediamo poi distintissima, nell' atto dell' evaporazione dei liquidi e nella azione espansiva dei fluidi aeriformi.

Quest' ultima deduzione sembra avvalorare il supposto che il moto di gravitazione molecolare sia anzitutto un movimento rotatorio, o vorticoso delle molecole gravi, siccome fu già sostenuto da altri fisici e matematici, tra i quali ci piace annoverare il nostro Secchi (*a*). Se non che molti di costoro, in luogo di supporre un moto vorticoso della materia grave, amano meglio supporre un moto vorticoso generale di quel fluido imponderabile (etere) che si assume per ispiegare i fenomeni luminosi. Su le quali opinioni non voglio far quì alcuna discussione, bastandomi l' aver accennata una condizione fisica della viscosità nei liquidi.

Osserverò invece che le sostanze liquide più viscose, e che le sostanze solide, dove è più distinta la cristallizzazione (*b*), sono tra quelle che mal si prestano alla conduttività

---

comunicata all'Istituto nel gennaio 1868, cercai di mostrare che anco i moti brauniani sono una manifestazione dello stato dinamico intestino dei liquidi.

(*a*) Veggasi la succitata opera del Secchi in più luoghi.

(*b*) Alcune mie sperienze, fatte a seguito di quelle del prof. Riatti su lo scaldarsi dei dischi ruotanti rapidamente, e riferite al R. Istituto

termica ed elettrica, e sono pure tra quelle che meglio si prestano all' elettrizzamento collo strofinio. Ora lo stato elettrico dei corpi rileva esso pure una orientazione polare delle loro molecole, epperò potrebbe fornirci un altro indizio di movimenti di rotazione nelle molecole stesse. Ed a questo proposito è poi rimarchevole che i corpi magnetici i quali sono metallici, e che i metalli i quali assumono più distintamente la polarità elettrica colle variazioni di temperatura, sono tra que' metalli in cui è più distinto l' aggruppamento cristallino; laddove i metalli meglio conduttivi sono quelli in cui è più distinta la duttilità.

Ma queste sono semplici congetture, che meritano un più accurato esame, e che io mi permisi di esporre, solo in quanto mi sembrano suscettibili di una disamina sperimentale.

---

lombardo nella seduta del 28 maggio ora scorso, tenderebbero ad appoggiare queste idee, mostrandoci maggiore il calor prodotto nei solidi ne' quali è piu distinta la forza molecolare d' orientazione

PRINCIPJ D'IDROSTATICA

§ 1. La costituzione fisica dei corpi è un problema che si può dire appena abbozzato nell' attuale stato delle cognizioni scientifiche. Si sono fatte alcune classazioni ed alcune supposizioni, che pur giovarono al progredire degli studj; ma non ci è ancor dato di asserire che esse sieno abbastanza precise e fondate.

Poichè, da una parte, non possiamo affermare di conoscere tutte quelle proprietà che ponno dirsi generali o comuni a tutti i corpi, od a date classi di corpi; mentre ad ogni tratto ci accorgiamo che talune proprietà (*a*) dianzi credute secondarie o di minor conto vogliono essere senza meno considerate nel concetto fisico di un corpo in genere. E d' altra parte, per intendere in qualche modo i fenomeni fisici, è pur indispensabile, almeno in forma provvisoria, l'ammissione di talune proprietà ne' corpi e di talune condizioni nella loro costituzione.

§ 2. Da tempo s'è fatta distinzione tra corpi solidi e corpi fluidi. Ad un primo aspetto essa appare opportuna e ben determinata; dicendosi *solido* ogni corpo che ci si offre con una figura, che può dirsi sua propria, in quanto oppone una sensibile resistenza a tutto che opera per modificarla, e dicendosi invece *fluido* ogn' altro corpo, che non manifesta sensibile resistenza alle modificazioni nella

(*a*). Vedi *L'ontologismo nella fisica*. Pavia 1866 pag.

sua figura. Nella prima classe di corpi si suppone per ciò un legame abbastanza saldo fra le loro parti minime; nell'altra classe la scorrevolezza delle parti le une su le altre mostrerebbe essere invece ben debole codesto loro vincolo reciproco.

Ma ancora siffatta distinzione è troppo vaga. Cosicchè fece luogo a qualche grave errore nella definizione teorica de' fluidi liquidi, posto che i fluidi vennero suddivisi in *liquidi* ed *aeriformi*, secondochè, in date condizioni di temperatura, presentano un volume non mutabile sensibilmente colla pressione, oppure distintamente mutabile col variare di questa. Ed essendosi poi chiamata coerenza quella proprietà dei solidi per cui mostrano la colleganza tra le loro parti che or si accennava, si venne da taluno ad asserire che nei liquidi fosse minima la coerenza, e che nelle parti dei fluidi aeriformi predominasse invece una scambievole ripulsione. E con ciò si guastavano profondamente le idee relative alla costituzione dei liquidi, non solo per ciò che si credette così scarsa l' influenza della comprimibilità nei liquidi, da potersela al tutto trascurare (*a*); ma ben anco perchè non si fece caso della raggnardevole coerenza che è tra le parti dei liquidi.

È inoltre difficile l' ammettere una spiccata differenza fra solidi e liquidi, quanto al non mostrar quest' ultimi una figura propria. Vi sono casi in cui i liquidi presentano una figura, che deve dirsi lor propria, quando alcune goccie di essi, non aderendo al solido che le sostiene, offrono una figura sferoidica, evidentemente dovuta alla coerenza delle loro parti ed alla gravità. Inoltre i solidi che si dicono *molli*, ed i liquidi che si dicono *viscosi* stabiliscono un graduato passaggio dallo stato solido al fluido, essendochè i solidi molli si prestano facilmente alle modificazioni della loro figura e le conservano, ed i liquidi viscosi svelano una sensibile resistenza al trascorrere delle loro parti le une sulle altre.

§ 3. Egli è perciò che, a volere in qualche modo stabilire alcuni principj intorno alle condizioni d'equilibrio dei liquidi, che è l' oggetto proprio della *idrostatica*, conviene

---

(*a*) Vedi *Lezioni su le condizioni fisiche dell'elasticità*. Pavia pag. 46.

dapprima far considerazione solo di que' liquidi, ne' quali la fluidità può dirsi piena. E qui alcuni, a maggiormente semplificare il problema, vogliono altresì far dapprima astrazione dalla gravità. Il che, se può essere consentito da un meccanico, da un fisico non può certamente concedersi. Oltrechè il suppor nulla la gravità in una massa liquida, sarebbe già una negazione di una proprietà costitutiva de'corpi, non s'intenderebbe nemanco più che cosa poi sia la coerenza tra le parti di un liquido, quella almeno per la quale si ritiene che esse formino tra loro un sistema; giacchè la gravitazione reciproca tra le molecole (coesione) non può essere sostanzialmente diversa dalla gravitazione reciproca tra le masse (gravità e gravitazione universale).

E in particolare per i liquidi non può farsi astrazione dalla gravità, per ciò che in essi è assai vigorosa la coesione, come ce ne possiamo facilmente persuadere, considerando il rilevante numero di calorie volute a vaporizzare un liquido — cioè a disgregarne completamente le molecole ed a produrre in esse la forza espansiva, — da che questo numero, d'ordinario, è ben rilevante e maggiore pur di quello che richiedesi per passare la stessa sostanza dallo stato solido al liquido (*a*).

Convien dunque dire, che le molecole di un liquido formino un sistema abbastanza saldo in opera della reciproca gravitazione molecolare; e che però a questa si contrapponga pur sempre il calore, correlativo alla temperatura del liquido stesso.

§ 4. E qui, richiamando il concetto dei sistemi astronomici, pare che, con abbastanza di fondamento, si possa inferire, essere il calore ne' corpi paragonabile al movimento di traslazione degli astri, il quale va continuamente componendosi col loro movimento di gravitazione, e che il co-

---

(*a*) Così, ad esempio, per l'acqua le calorie di vaporizzazione a 0° sono (637) circa otto volte le calorie di liquefazione del ghiaccio a 0° (79.25). Ed anche l'etere etilico, che è uno dei liquidi meno coerenti, richiede 91 calorie per essere vaporizzato. E si noti che una caloria rappresenta un lavoro meccanico corrispondente a 423 chilogrammetri.

municare calore in un corpo, sì da crescerne la temperatura, significhi il comunicarvi tal movimento, che aumenti in esso la velocità molecolare di traslazione (nei gas), o di vibrazione (nei liquidi e nei solidi). Ed invero, ad ogni aumento di temperatura in un liquido (tranne il caso dell'acqua da 0° a 4°, del quale diremo altrove), si riconosce un aumento nella distanza delle sue molecole, in opposizione alla gravitazione; appunto come in un pianeta, quando s'accresce la velocità del moto rivolutivo, s'aumenta anche la distanza del suo centro di massa dal centro del sistema (il sole). Laonde da qui innanzi chiameremo *moto termico*, o *moto centrifugo* delle molecole questo movimento antagonista del moto di gravitazione.

Avrebbe anzi potuto bastare il riflesso che i liquidi variano di volume, col variare della temperatura, in una misura assai più sentita che nei solidi, per mostrare che i liquidi possano e debbano riguardarsi quali sistemi i cui punti materiali si tengono tra loro a notevoli distanze, in virtù dei predetti due movimenti, e che però codesto sistema deve di necessità essere comprimibile ed elastico, più che non sia l'analogo sistema d'un solido. Gli Accademici del Cimento, che si affaticarono a trovar prove della comprimibilità meccanica dei liquidi, e che per tal via s'incontrarono in risultati apparentemente negativi, guardando al termometro ad alcole, che essi medesimi avevano costituito, avrebbero potuto inferirne che, col raffreddamento, la comprimibilità termica dell'alcole si manifesta le tante volte maggiore della corrispondente contrazione del solido che lo racchiude (vetro). Ed anche il mercurio, che è un liquido più coerente e meno comprimibile di tant'altri, chiaramente si mostra ne' comuni termometri a mercurio ben più contraibile del vetro per iscemata temperatura. E poichè sperimentalmente non ci è dato di giungere a tale temperatura, così bassa da non potersene supporre altra ancor più bassa (almeno sino a che non si scendesse allo zero assoluto, che ritiensi corrispondere a — 273° C.), dovrem sempre ritenere essere notevole la distanza che in fatto si verifica tra le molecole di un liquido anche alle temperature ordinarie poco elevate.

Il riferimento che qui abbiam fatto della comprimibilità termica alla meccanica, anzichè essere azzardato, è

veramente fondato, come può scorgersi dal seguente specchio numerico, in cui, essendosi egualmente riferito il coefficiente di compressione di alcuni liquidi e di alcuni solidi alla diminuzione di volume che la loro unità di volume subisce per l'aumento di un' atmosfera nella pressione, ben si vede che codesta comprimibilità è sempre maggiore di molto nei liquidi che nei solidi, e che, nello stesso senso, varia il rispettivo loro coefficente di dilatazione calorifica, e variano ancora le rispettive loro calorie di dilatazione.

SOSTANZE	Coefficiente di compressione in milionesimi	Coefficiente di dilatazione in milionesimi	Calorie di dilatazione
Mercurio . . .	3.52	180	0.251
Acido solforico	24.2	626	0.121
Acqua	49.9	436	0.225
Alcole otilico .	82.8	1048	0.043
Rame	1.32	52	1.61
Ottone	1.44	56	1.40
Vetro	2.37	26	1.80

§ 5. Per le cose anzidette ci sarà ancora lecito, almeno in forma ipotetica e provvisoria, di considerare un liquido omogeneo, non viscoso e non grave, come un sistema di punti che si tengono a certe rispettive distanze pel conflitto di due movimenti, i quali tendono a produrre l'uno una dimi-

nuzione e l'altro un aumento nelle distanze stesse. Abbiam detto omogeneo per significare che le molecole di tal liquido, essendo di un eguale natura, dovranno pur avere masse tra loro eguali.

Epperò, ritenendo che gli sforzi reciproci delle molecole, dovuti ai predetti movimenti, abbian ad essere commisurati tanto alle masse rispettive delle molecole, quanto ancora alle rispettive loro distanze, è facile inferirne la condizione d'equilibrio d'una massa cosiffatta.

Avendola supposta perfettamente fluida, perchè stia in equilibrio, bisogna innanzi tutto che ogni sua parte sia pure in equilibrio rispetto alle contigue; ed essendo poi eguali le masse di codeste parti, perchè si elidano scambievolmente le loro impulsioni, converrà che si eguaglino anche le loro velocità. Ora, il supporre uniforme la temperatura in tale massa, è quanto supporre in tutte le sue parti eguali le velocità termiche molecolari, e quindi per l'equilibrio delle parti è necessario che esse si trovino ad eguali rispettive distanze, due a due le contigue, affinchè si eguaglino pure gli sforzi di gravitazione reciproca tra siffatte parti di egual massa. Laonde la condizione d'equilibrio si riduce a questo solo, che sia uniforme la densità nell'intera massa.

A questa deduzione si giunge anche con una considerazione semplicemente meccanica, supponendo cioè operanti fra le molecole della detta massa liquida omogenea alcune forze di reciproco avvicinamento ed altre di discostamento pur reciproco, variabili entrambe di intensità col mutare delle distanze delle molecole, supposte queste di egual massa. Allora si prenda a considerare una individuata molecola nell' interno della massa, e per il di lei centro di figura si immagini una retta con una determinata direzione, la quale incontrerà dalle due bande i centri di figura di due molecole laterali. Perchè vi sia equilibrio per queste tre molecole, bisogna che le distanze dei centri di ciascuna delle laterali dall'intermedia siano eguali, altrimenti sarebbero differenti le intensità delle loro reciproche azioni d' avvicinamento e di discostamento. Lo stesso dicasi per le molecole incontrate dalle rette guidate, in qualsiasi altra direzione, dal centro della predetta molecola. Epperò questa dovrà trovarsi nel centro di tante azioni simmetriche, che

elidonsi scambievolmente due a due. Egual cosa varrà per ogni altra molecola interna della massa liquida; talchè questa aver dovrà un'uniforme densità in ogni sua parte.

Laonde per ogni liquido e per ogni temperatura esisterà una certa distanza reciproca fra le sue molecole (due a due le contigue) per cui esse, sollecitate per eguale impulso ad avvicinarsi ed a discostarsi, si dicono in equilibrio.

Non si deve però dimenticare che codesto stato, chiamato di equilibrio, è per ogni parte la risultante di effettive sollecitazioni eguali e contrarie, che di continuo si elidono, senza lasciar di operare pur continuamente. Laonde ogni benchè minima variazione, sia nella temperatura, sia in una pressione dall'esterno esercitata su quella massa, farà luogo ad una modificazione nella rispettiva distanza delle molecole. Quando la temperatura aumenta, crescendo le velocità termiche nelle molecole, epperò il loro moto centrifugo, rimarrà soverchiata la gravitazione molecolare, ed apparirà tra esse un azione ripulsiva. E ancora, per ogni esterna pressione cospirante colla gravitazione, le molecole si ridurranno a minore distanza, per tenersi alla quale occorrendo una velocità termica minore della preesistente, risulterà esser questa soverchia, e quindi ancor si spiegherà un azione ripulsiva tra le molecole stesse.

§ 6. Ciò posto, è facile l'intendere il principio di Pascal dell'eguaglianza di pressione in un liquido, che cioè una pressione esercitata su d'una parte qualunque della superficie o dell'interna massa d'un liquido, si trasmette con eguale intensità in tutte le direzioni ed in ogni verso alle parti tutte della massa stessa.

Si immagini una massa liquida omogenea in equilibrio, epperò di uniforme densità, contenuta in un vaso, sicchè le forze molecolari del recipiente e del liquido siano in equilibrio. Se, ad una parte della parete, supposta mobile, come un embolo entro apposita tubulatura, si applichi una pressione, cioè si imprima un movimento tendente a sospingere l'embolo verso l'interno, esso solleciterà lo strato liquido che lo tocca ad avvicinarsi allo strato contiguo, ad esso parallelo e più interno. E d'altra parte, questo si opporrà a siffatto avvicinamento coll'azione repulsiva termica delle sue molecole; la quale però, alla sua volta, non può mantenersi, se in tutti gli altri successivi strati, e

quindi in tutta la massa del liquido, non si sarà provocato un'eguale incremento nella reazione elastica, dietro una conveniente diminuzione nelle distanze molecolari. Talchè non si potrà ricomporre in equilibrio la massa liquida, fino a che in tutte la parti di essa non si sarà ancora eguagliata la densità, riducendosi però maggiore della preesistente di tanto da svolgere, su una data superficie, un' azione repulsiva eguale e contraria all'azione premente che su la stessa superficie è provocata dall'estrinseca pressione sopraggiunta. E quindi anche ciascuna porzione della interna parete del vaso dovrà spiegare contro le molecole liquide che la toccano una reazione proporzionatamente maggiore della precedente.

Laonde, se in altra parte della parete fossevi una tubulatura con un embolo, per tener questo in freno, converrà esercitare su di esso e perpendicolarmente alla sua base una pressione, la quale corrisponda a quella esercitata sull' altro embolo, moltiplicata per il rapporto delle basi dei due emboli; ossia le pressioni esercitate sui due emboli dovranno essere direttamente proporzionali alle loro basi.

§ 7. Di questa condizione d'equilibrio si è tratto partito nel torchio idraulico, immaginato da Pascal, ed eseguito convenientemente da Bramah (1796), in opera del quale si producono da un embolo di ampia base pressioni assai rilevanti, esercitando su altro embolo, di angusta sezione, una pressione proporzionalmente minore. Devesi però osservare che, volendosi con questa macchina determinare un movimento in una data resistenza, si dovrà imprimere all'embolo motore una velocità commisurata all'area dell'embolo resistente; cosicchè, per ciascun embolo, riesca eguale il prodotto della pressione per la corrispondente velocità, astrazion fatta delle resistenze d'attrito degli emboli nelle corrispondenti tubulature. Poichè in questa, come in ogni altra macchina, il lavoro motore deve eguagliare il lavoro resistente.

Codesta relazione tra le velocità dei due emboli, confermata dalle esperienze eseguite collo stesso torchio idraulico, mette già per sè in chiaro che l' esercizio di una pressione in un liquido, anche supposto non grave, tiene implicita la condizione di un attuale moto delle molecole

del liquido stesso che diciamo trasmettere codesta pressione. Dove non fossevi questo moto molecolare, mal si saprebbe concepire in che consista una pressione esercitata da alcune molecole liquide contro le pareti del recipiente, e più ancora come questa pressione si possa direttamente tradurre in un effettiva forza motrice.

§ 8. Prendendo ora a considerare anche la gravità in una massa liquida, supposta pure omogenea e non viscosa, è facile assegnare le dipendenti condizioni d'equilibrio, che cioè la superficie libera del liquido dev'essere orizzontale, che nell'interna massa le pressioni devono andar crescendo colle distanze delle singole parti dalla superficie libera, e che devono essere eguali le pressioni esercitantisi in uno stesso strato orizzontale.

§ 9. Quanto alla prima di queste condizioni è evidente che, onde sia in equilibrio la *superficie libera* del liquido (così chiamando quella porzione della sua superficie che non tocca le pareti e ne è tanto discosta da non manifestare azione capillare), dovranno essere in equilibrio tutte le molecole che la costituiscono, attesa la loro perfetta fluidità e insieme la loro gravità; epperò in ciascuna di esse il moto di gravità dovrà essere equilibrato da una pressione che, per reazione elastica, si eserciti contro di essa, nella stessa direzione e con eguale intensità dalle molecole che la circondano e che la sorreggono. La qual cosa non può verificarsi, se la detta superficie libera non sarà, in ogni sua parte, normale alla direzione del moto di gravità.

Infatti, se tal superficie fosse inclinata, potendosi supporre il moto di gravità d'ogni molecola decomposto in due, l'uno paralello e l'altro normale alla superficie stessa, il primo di questi, non potendo essere impedito, produrrebbe un trascorrimento di tale molecola in direzione tangenziale alla superficie, epperò non potrà aversi equilibrio, finchè la superficie libera non sarà *orizzontale*, che significa appunto normale alle rette verticali corrispondenti ai singoli suoi punti.

Questa deduzione può essere appoggiata sperimentalmente, osservando un filo a piombo tranquillo, il cui estremo inferiore peschi in un liquido suscettivo di riflet-

tere l'immagine del filo esterno (*a*), poichè questa, da qualunque banda si guardi il filo, apparirà sul prolungamento della immagine diretta del filo stesso; il che non potrebbe accadere, se la superficie riflettente non fosse normale alla direzione del filo a piombo.

§ 10. Ora, se consideriamo uno strato del liquido, preso nell'interno della massa, e paralello alla detta superficie libera, cioè orizzontale, affinchè le singole molecole che lo costituiscono si tengano fra loro in equilibrio, bisognerà che si riducano ad eguali reciproche distanze, onde risultino eguali e contrarie le pressioni o le trazioni che si esercitano dalle une su le altre.

D'altra parte, prendendo a considerare tre strati orizzontali di molecole, tra loro successivi e contigui, è evidente che le molecole dello strato medio eserciteranno su quelle dello strato inferiore una pressione maggiore di quella esercitata dalle molecole dello strato superiore su lo stesso strato medio. Perciocchè le molecole di quest'ultimo graviteranno su quelle dello strato sottoposto col loro peso, oltre che colla pressione che esse risentono per la gravità di tutti gli strati sovrastanti. Pertanto le molecole dello strato inferiore, in opera di un cosifatto incremento nella pressione, si comprimeranno, cioè si avvicineranno tra loro più che nol siano nello strato intermedio, e così potranno anche spiegare, per reazione, una pressione maggiore di quella risentita dallo strato medio. È quindi facile vedere che, man mano si procederà dalla superficie libera verso il fondo, le molecole appartenenti ai singoli sucessivi strati orizzontali, spiegheranno pressioni gradatamente crescenti, e sarà quindi pur crescente la densità del liquido da uno ad altro successivo strato (*b*).

(*a*) Vedi *Lezioni su la Gravità*, pag. 2.

(*b*) Codesto incremento di densità da uno ad altro strato orizzontale d'un liquido non riesce sperimentalmente molto sentito, attesa la limitata comprimibilità dei liquidi. Per esempio, l'acqua pura e privata d'aria, alla temperatura della sua massima densità, si comprime soltanto di 4,83 milionesimi del suo precedente volume per un'aumento di pressione corrispondente a quella prodotta da una

Da ciò s'inferisce che, per una massa liquida omogenea in equilibrio, il valore della pressione esercitantesi su un dato strato orizzontale preso nell'interno di essa, risponderà al peso assoluto di un volume dello stesso liquido, che abbia per base l'area considerata e per altezza la distanza verticale dello strato stesso dalla superficie libera.

§ 11. Questa deduzione può essere dichiarata sperimentalmente mercè una facile prova. Un tubo cilindrico di vetro, aperto ai due estremi, è munito però di un disco pure di vetro, lavorato a smeriglio, col quale si può tener chiusa l'apertura inferiore, tendendo all insù una funicella collegata colla faccia superiore del disco, in corrispondenza al suo centro di gravità, sì da reggerne il peso. Qualora codesto tubo, diretto col suo asse verticale, verrà in parte affondato in un liquido, più non abbisognera tendere la fune, per impedire che il disco cada: anzi si potrà versare nell' interno del tubo tanto dello stesso liquido, che colla sua superficie libera giunga, nell'interno, poco al disotto del livello esteriore (in riguardo all' eccedenza del peso specifico del vetro su quello dell'acqua), senza che il disco si stacchi dall' apertura. Laonde, per reggere al proprio peso ed a quello del liquido contenuto, dovià codesto disco risentire dal liquido che ne bagna la faccia inferiore una pressione, diretta verticalmente e dal basso all insù; e questa sarà tanto maggiore quanto più affondato sarà l'estremo chiuso del tubo rispetto alla superficie libera del liquido esterno.

Ma più direttamente e con maggiore precisione si giunge alla stessa conclusione, adoperando il solo tubo cilindrico, senza il disco, ed immergendolo nel liquido con un suo estremo aperto e coll' asse suo verticale, poichè così si rende evidente che quel velo del liquido stesso, il quale, in luogo del predetto disco, chiude l' apertura inferiore del tubo, deve risentire una pressione, diretta dall'alto al basso, e corrispondente al peso del liquido che sta entro al tubo stesso al di sopra di quel velo, e la cui

---

colonna d' acqua alta un metro alla stessa temperatura: epperò la densità dell'acqua crescerà nella stessa proporzione, cioè diventerà 1.00000483, in luogo di 1.0.

gravità è interamente efficace su di esso, ritenute verticali le pareti del tubo. Epperò, affinchè l' equilibrio sussista, converrà che dalle molecole di codesto velo si spieghi, per reazione, una pressione, eguale in grandezza, ma di verso contrario, cioè diretta dal basso all' insù.

§ 12. E, poichè il liquido entro un tubo così fatto sarebbesi alzato allo stesso livello dell'esterno, ancor quando le sue pareti laterali fossero inclinate, cioè o convergenti verso l'asse del tubo, oppure divergenti dall' asse stesso, si deve inferire che, qualora l'area della apertura orizzontale del tubo, in ciascuno di questi tre casi, fosse eguale, e fosse pure eguale la distanza di tale apertura dalla superficie libera del liquido, sarà parimenti eguale la pressione esercitata e risentita dal velo liquido che chiude l'apertura in ciascun caso.

Questo corollario fu da Pascal riconosciuto sperimentalmente, giovandosi di tre vasi, uno a parete cilindrica, e due altri colla parete a tronco di cono, l' uno de' quali colla base maggiore in basso e l' altro colla base minore. Essendo eguali le aree delle loro aperture di fondo, ed essendo queste chiuse da un disco lavorato a dovere e trattenuto da una asticina, passante per l'interno del vaso, e collegantesi superiormente con un flagello di una bilancia, osservò che lo sforzo voluto a reggere il disco, astrazion fatta dal suo peso, riesciva eguale pei tre vasi, quando il liquido in ciascun d'essi versato giungeva colla sua superficie libera ad eguale altezza sovra il rispettivo fondo mobile, sebbene il volume del liquido in essi contenuto fosse notevolmente diverso: e codesto sforzo corrispondeva al peso del liquido effettivamente contenuto nel vaso le cui pareti erano verticali.

Però nel vaso conico, a sezione crescente dal basso all' insù, il peso del liquido contenuto sarà maggiore del detto sforzo di pressione, e tanto più quanto più divergenti saranno le pareti; poichè queste sopporteranno allora direttamente e dovranno elidere colla loro reazione elastica la eccedenza del peso del liquido effettivamente contenuto nel vaso sul peso di quello che vi si conterrebbe se le sue pareti fossero verticali. Ed invece, nel vaso conico a sezione decrescente di basso in su, la pressione sul fondo mobile sarà maggiore del peso del liquido contenuto,

perciocchè le pareti stesse convergenti verso l'asse, per reazione elastica, eserciteranno su le molecole liquide che le toccano una pressione, diretta dall'alto al basso ed eguale a quella che le stesse molecole liquide esercitano contro di loro. E questa pressione, per ciascuna molecola di uno strato orizzontale, ha per misura il peso di un filetto di molecole che abbia per altezza la distanza dello strato medesimo dalla superficie libera del vaso.

Altri si adoperarono con diversi apparecchi per mettere in chiaro questo fatto, che fu denominato il paradosso idrostatico; ma, ancor meglio di tutti codesti artificii, giova la osservazione da noi fatta più sopra coi tre tubi che si immergono in uno stesso liquido, in modo che le loro aperture inferiori riescano in uno stesso strato orizzontale.

Questo corollario del principio di Pascal può anche esprimersi più semplicemente col dire, che la forma delle pareti laterali di un vaso non ha influenza nel determinare la grandezza della pressione esercitantesi per gravità su uno strato orizzontale interno d'una massa liquida (e quindi anche sul fondo orizzontale di un vaso), e che vi ha soltanto influenza l'area dello strato stesso orizzontale, la distanza di esso dalla superficie libera ed il peso assoluto della unità di volume del liquido stesso (*a*). Se così non fosse, ne verrebbe l'assurdo che, nel caso delle pareti allargantisi di basso all'insù, la pressione sul velo chiudente l'apertura dovrebbe essere maggiore nell'interno che all'esterno del tubo: laddove, come si è visto sopra, in uno stesso strato orizzontale, la pressione dev'essere eguale in ogni parte. E l'opposto si dica pel caso delle pareti che si restringono.

§ 13. Se ne può desumere quest'altro corollario che, con

(*a*) Cosicchè, indicando con b l'area di uno strato liquido orizzontale, oppure del fondo bagnato e similmente orizzontale di un vaso, con a l'altezza della superficie libera orizzontale su un tale strato o su un tal fondo, con d la densità relativa media del liquido stesso in quella altezza, e con g la accelerazione di gravità per l'unità di tempo, la pressione p sopportata ed esercitata da quello strato o da quel fondo sarà dato dalla $p = a.\ b.\ d.\ g.$

dato peso di un liquido, si potrà esercitare nel fondo di un vaso una pressione grande quanto si vorrà, purchè sieno convenientemente foggiate le pareti laterali del vaso stesso. Se il fondo sarà rappresentato da un embolo moventesi in un corpo di tromba cilindrico, a sezione molto ampia e di poca altezza, col quale stia unita una canna a pareti robuste, la pressione sul fondo sarà tanto maggiore quanto più piccolo sarà il vano della canna, perchè dovrà essere proporzionatamente maggiore l'altezza del liquido entro la canna stessa, quando sia in ogni caso determinato il volume del liquido contenuto.

§ 14 Per le cose su esposte si comprende ancora che i singoli punti di una parete laterale di un vaso contenente un liquido risentono una pressione normale alla superficie, e corrispondente al peso di un filetto liquido che abbia per base uno di codesti punti e per altezza la sua distanza dalla superficie libera. Epperò, immaginando un profilo verticale di una parete piana laterale bagnata, si riconosce che le singole pressioni sui suoi punti corrisponderanno ad un sistema di forze paralelle (poichè son tutte normali alla stessa retta di profilo) le cui grandezze vanno crescendo proporzionalmente alla distanza di ciascun punto dalla superficie libera, talchè il valor medio di queste forze risponderà a quella che compete al punto che ha da tale superficie la media delle distanze de' singoli punti dalla superficie stessa, qual è il centro di gravità del detto profilo Quindi accade che la pressione totale risentita da una parete piana, laterale, bagnata, comunque inclinata, eguaglierà il peso di un prisma del liquido contenuto, avente per base l'area della parete bagnata e per altezza la distanza del centro di gravità di questa dalla superficie libera del liquido.

§ 15. Le considerazioni fatte poc' anzi intorno alla pressione esercitantesi in un dato strato orizzontale possono servire a determinare anche la condizione d' equilibrio per un liquido omogeneo versato in due vasi che comunicano tra loro inferiormente, per mezzo di un canale libero e continuo.

Infatti, immaginando nel canale di comunicazione uno strato orizzontale, estendentesi nell' interno dei due vasi, le molecole di esso, per essere in equilibrio, dovranno

esercitare e risentire pressioni eguali tra di loro: ma d'altra parte quella porzione di tale strato, che riesce nell' interno dell' uno di vasi, sopporterà, per l' unità di superficie, una pressione commisurata all' altezza che in tal vaso avrà la superficie libera del liquido sullo strato stesso. Ed infine, perchè una eguale porzione dello strato orizzontale rispondente all'interno dell'altro vaso risenta un eguale pressione, bisognerà che sia eguale la altezza della corrispondente superficie libera su lo strato medesimo; giacchè la densità del liquido, supposto omogeneo, avrà lo stesso valore ne' due vasi ad eguali profondità rispetto alla superficie libera. Pertanto siffatte due superficie libere, siccome orizzontali di per sè, ed egualmente elevate su un dato strato orizzontale, dovranno far parte di una stessa superficie orizzontale, e ciò qualunque sia, del resto, la forma e la inclinazione delle pareti laterali dei due vasi.

Alla stessa conclusione si giunge, considerando pel liquido che è nel canale di comunicazione de'due vasi uno strato verticale. Dovendo questo essere, quanto a sè, in equilibrio, dovranno essere eguali le pressioni esercitate sulle sue due facce e determinate dalla gravità del liquido che sta nei due vasi, e che comunica collo strato stesso dalle due opposte bande. Ora, potendosi considerare quello strato liquido verticale come una parete laterale, ciascuna delle dette pressioni avrà per misura il peso del prisma di tal liquido, avente per base l'area dello strato stesso e per altezza la distanza del suo centro di gravità dalla superficie libera del liquido nell'uno dei vasi: epperò, dalle due bande, dovranno essere eguali le altezze delle superfici libere ne' due vasi, rispetto ad un piano orizzontale passante pel detto centro di gravità.

Ma, più direttamente si giunge alla stessa conseguenza, considerando una massa liquida omogenea, contenuta in ampio vaso, ed immaginando, nell'interno di essa, limitate due porzioni del liquido stesso, ognuna delle quali metta capo nella superficie libera, giungendo poi a toccarsi mutuamente in qualche parte nell'interno della massa liquida. Codeste due porzioni, così solo mentalmente limitate, e con una figura qualsivoglia, dovranno soddisfare alla stessa condizione d'equilibrio, tanto che fossero contenute da spe-

ciali pareti solide, quanto che facciano parte di un unica massa; e quindi le superficî libere delle due parziali masse liquide, così immaginate, dovranno appartenere ad una stessa superficie orizzontale.

§ 16. Tutte le considerazioni che si sono fatte qui sopra, con riguardo soltanto alla grandezza relativa ed alla direzione delle forze prementi, ricevono più semplice dichiarazione, ove si tenga conto della condizione fisica necessaria all' esercizio d' una pressione (a), cioè dello stato dinamico delle molecole rispetto alla loro gravità ed alla loro temperatura. Anzi, in un liquido grave, la pressione, ancor quando non sembra direttamente provocata da gravità, può essere riguardata come prodotta da gravità e, per mezzo di questa ridotta a misura.

Cominciando ad esaminare il caso della pressione esercitantesi su uno strato interno ed orizzontale d'una massa liquida omogenea, quale l' abbiamo (§ 11.) esaminato col mezzo di un tubo cilindrico, munito di un disco di chiusura. Quando vediamo che la pressione esercitata di sotto in su dal liquido contro il disco vale non solo ad impedire la caduta di questo, ma ancora a reggere il peso di altro liquido che possiamo versare nel tubo, purchè non si raggiunga il livello esterno, e quando si pensi che il peso assoluto d' un corpo tiene implicata, oltre la massa, una velocità (l' accelerazione di gravità), è ben plausibile il supporre, che anche codesta pressione conti fra i suoi elementi una velocità. Ora, donde possono ricevere un impulso al moto le molecole dello strato liquido che bagna la faccia inferiore del disco, se non è dal peso stesso del liquido che all'infuori del tubo sovrasta al detto strato? Ed invero, quando poi supponiam tolto il disco, il fatto del liquido che si eleva entro il tubo fino a raggiungere il livello esterno, mette in evidenza che le molecole situate nello strato orizzontale in cui sta l'apertura inferiore del tubo, onde percorrere in salita (cioè in opposizione al moto di gravità) lo spazio che è tra il detto strato e la superficie libera del liquido, devono possedere una velocità in grandezza eguale, benchè in opposto verso a quella

(a) Vedi *Lezioni su l'elasticità* pag. 45 e seg.

che le molecole stesse acquisterebbero, percorrendo in discesa uno spazio eguale all'anzidetto.

E questa condizione sussistendo qualunque sia la profondità cui è condotta l'apertura del tubo entro la massa liquida, se ne deduce, che ogni molecola di un liquido grave, ancor quando noi lo diciamo in istato di equilibrio o di quiete relativa, possiede in fatto una velocità, dovuta alla sua gravità, e corrispondente a quella che essa acquisterebbe cadendo liberamente per lo spazio verticale che la separa dalla superficie libera del liquido. Però la forza viva correlativa a questa sua velocità ed alla sua massa (*a*), provocherà una forza viva eguale e contraria colla reazione elastica contro di essa esercitata dalla molecola che le sottostà verticalmente; cioè grazie al moto termico di questa (*b*).

Il caso ora considerato è affatto analogo a quello offerto da un liquido omogeneo entro due vasi comunicanti tra loro inferiormente. Però in questo è più facile riconoscere quanto si è poc' anzi asserito. Infatti la condizione di equilibrio sopra assegnata per un tal caso, che debbano, cioè, trovarsi in una stessa superficie orizzontale le superfici libere del liquido ne' due vasi, val quanto dire, che devono essere eguali le velocità acquistate dalle molecole liquide che sono nel canale di comunicazione, le une da una banda e l' altre dall' altra di un individuato strato liquido verticale (pag. 15), e che perciò devono essere eguali le distanze verticali di essi dalla superficie libera del liquido nel corrispondente vaso.

Questa proposizione può essere chiarita sotto una forma ancor più direttamente sperimentale. Siano i vasi comunicanti rappresentati da un semplice tubo ripiegato ad *U*, di costante sezione, e munito nella sua parte più depressa di una chiave. Se, dapprima, stando chiusa la chiave, si verserà il liquido solo in un ramo del tubo, quello che bagnerà il tappo della chiave, eserciterà contro di esso una pressione correlativa alla velocità che le sue molecole

---

(*a*) Per forza viva d'una molecola in moto intendiamo qui soltanto la metà del prodotto della sua massa pel quadrato della velocità.

(*b*) Vedi *Lezioni su l'elasticità* pag. 45 e seg.

avranno acquistata cadendo per l'altezza che separa il centro dell' apertura dalla superficie libera del liquido. E in fatto, ove fosse possibile togliere l' attrito spiegato dalle pareti del tubo e la resistenza dell' aria esterna, aprendo d'un tratto la chiave, il liquido, nel primo momento almeno, s' innalzerebbe nell' altro ramo del tubo fino a raggiungere il livello che esso aveva nel primo; salvo poi, dopo una serie di oscillazioni, a ridursi ad un medesimo livello nei due vasi, inferiore però a quello prima tenuto.

Codesta previsione teorica può soddisfarsi sperimentalmente con più di approssimazione, se si avrà un vaso di molta capacità, al cui fondo sia adattato un tubo, dapprima verticale per un lungo tratto, e poi ripiegato dolcemente ad *U*, e terminante in un tubo conico, munito al suo vertice di un pertugio, piuttosto piccolo in riguardo alla sezione del tubo e leggermente inclinato col suo asse. Se il vaso superiore è empito di liquido, questo zampillerà dal detto pertugio, elevandosi ad una altezza poco inferiore a quella della superficie libera del liquido stesso nel vaso. Come è noto, è questo il principio delle fontane zampillanti. Ebbene in questo caso non può aversi dubbio che la pressione sentita dalle molecole liquide, che stanno per isgorgare dal detto pertugio, implica una velocità di movimento effettivo. Ed è pur chiaro che questa velocità secondo il teorema di Torricelli, sarà data dalla relazione $v^2 = 2gs$, posto s l' altezza della superficie libera del liquido nel vaso di derivazione su lo strato orizzontale ov'è il pertugio di efflusso, v la velocità della molecola effluente, astrazion fatta dagli attriti e dalla resistenza dell'aria, e g la accelerazione di gravità.

§ 17. Il moto effettivo molecolare, che qui supponiamo far ragione della pressione esercitata, può essere ancor più direttamente reso manifesto dalla seguente esperienza, la quale è ricordata di solito per dimostrare la pressione esercitantesi su le pareti laterali dei vasi. Un vaso cilindrico di qualche altezza, empito di acqua e munito, poco al dissopra del fondo, di una breve tubulatura con chiave, coll' asse perpendicolare alla parete laterale, è sostenuto, per mezzo di opportuno galleggiante, sulla superficie di altr'acqua contenuta in ampio bacino. Equilibrato per bene il vaso, quand' è chiusa la chiave, si osserva che, appena

questa venga aperta, mentre si ha l'efflusso del liquido dalla tubulatura, il vaso col suo galleggiante si mette in moto, in direzione contraria a quella dell' efflusso.

Codesto moto è spiegato nel seguente modo. Immaginata una sezione orizzontale del liquido rinchiuso, e considerata in essa una retta passante pel suo centro di figura, si avranno agli estremi di tal retta due pressioni eguali in grandezza (perchè rispondenti ad uno stesso strato orizzontale), ma di opposto verso, esercitate dalle molecole del liquido contro la parete solida, le quali pressioni tenderanno a produrre nei corrispondenti punti della parete stessa due movimenti eguali ed opposti, che per ciò si elidono tra di loro. E così dicasi di tutti gli altri punti del perimetro di detta sezione del vaso: la tendenza al movimento di uno di essi sarà equilibrata da opposta ed eguale tendenza esercitata in altro punto diametralmente opposto al primo. Ed a queste due eguali e contrarie pressioni del liquido sul solido si contrapporranno, per reazione elastica, due eguali e contrarie pressioni del solido contro il liquido. Or quando in uno di codesti punti si toglierà la reazione della parete contro il liquido, e la pressione di questo si esaurirà in un moto effettivo di efflusso, l' altra pressione, esercitata dal liquido contro il punto della parete ad esso diametralmente opposto, si manifesterà efficace, sospingendo il vaso in quella direzione.

Tutta questa dichiarazione è fondata: ma non è completa. Poichè altra cosa è una semplice tendenza ad un movimento ed altra un moto effettivo. Qui l'esperienza ci mostra un moto attuale del vaso, il quale anzi si continua in esso, sebbene con diversa velocità, finchè continua l'efflusso del liquido; epperò convien dire che la pressione del liquido sul solido, la quale fa luogo a codesto movimento, implichi una effettiva impulsione del liquido contro la parete, impulsione che è dovuta, come sopra si accennava, alla effettiva velocità acquistata dalle molecole liquide per gravità, in relazione alla loro distanza dalla superficie libera. E perciò dovranno pur corrispondere ad altrettante analoghe impulsioni tutte l'altre pressioni, che similmente si esercitano dal liquido contro i singoli punti bagnati della parete interna del vaso.

Codesto corollario è così diretto, da recare sorpresa

che la precedente sperienza non abbia ben prima suggerito ai fisici un più appropriato concetto della pressione nei liquidi; massime da che essa trovò una più facile dimostrazione nel così detto arganetto idraulico ed un'importante applicazione nelle ruote idrauliche a reazione.

L'arganetto idraulico consiste in un vaso suscettivo di ruotare attorno al suo asse di figura, diretto verticalmente, e munito inferiormente di una tubulatura metallica dalla quale si diparte un numero pari di tubetti metallici, col loro asse normale a quello di rotazione, a guisa dei raggi d'una ruota, ciascuno de' quali poi, con dolce inflessione, va a terminare in direzione perpendicolare a quella di sua inserzione nella tubulatura centrale, per modo che due di codesti tubi, che partono da punti diametralmente opposti della tubulatura stessa, si presentano piegati, nel loro insieme, a guisa di un *S*. Quando si lascia effluire da questi tubi il liquido contenuto nel vaso, si determina un moto di rotazione del vaso, in verso contrario a quello dell' efflusso del liquido, e con velocità che decresce col diminuire dell' altezza del liquido entro il vaso sovra il centro delle aperture dei tubetti: poichè riescono efficaci e cospiranti le pressioni esercitantisi dal liquido contro que'punti delle interne pareti dei tubi che riescono opposti alle aperture. Laonde codeste pressioni, che determinano e mantengono un moto effettivo nel vaso, non ponno non corrispondere ad una attuale impulsione delle molecole liquide contro le pareti del vaso stesso (*a*).

§ 18. Non meno evidente riesce codesta condizione dinamica della pressione d'un liquido, considerando il modo di operare di un sifone.

Un tubo piegato ad *U*, empito già di acqua, pesca con uno de' suoi rami nell' acqua contenuta in un vaso,

(*a*) La piena analogia del moto nell'arganetto idraulico col moto delle girandole dei pirotecnici, col moto d' ascesa dei razzi, e col moto di retrocessione dell'eolipila a vapore e delle armi esplodenti avrebbe pur dovuto suggerire l'analogia nella condizione fisica d'una pressione sia in un fluido aeriforme, sia in un fluido liquido. In ogni caso una pressione è dovuta ad un attuale moto intestino dei fluidi stessi, e quindi è l'espressione d'una forza viva molecolare.

mentre l' altro ramo sbocca in altro vaso vuoto. Finchè l' acqua nel primo vaso, colla sua superficie libera, riesce ad un livello superiore a quello che assume l'acqua nell' altro vaso, continua il moto di salita del liquido che è nel primo vaso su pel corrispondente ramo del sifone, e quindi il moto di discesa del liquido stesso nell'altro ramo, per versarsi nel secondo vaso: e la velocità di questo movimento è tanto maggiore quant' è maggiore la differenza di altezza dei punti culminanti del liquido entro la ripiegatura del sifone, da una parte, rispetto all' apertura di sfogo del liquido nel ramo esterno al vaso da vuotare, oppure al livello del liquido nel vaso che si empie, se la detta apertura riesce sommersa nel liquido di questo vaso, e, dall'altra parte, rispetto al livello del liquido nel primo vaso.

Siccome poi il sifone non riesce operativo dove non s' eserciti la pressione atmosferica, se ne inferisce esser questa la forza motrice che determina la salita del liquido nel primo ramo del sifone. Ciò sta bene. Ma bisogna aggiungere che la pressione atmosferica, operando su la superficie libera del liquido da travasare, per produrvi un moto verticale all' imbasso, questa impulsione si converte, per reazione elastica del liquido, in un'impulsione verticale all' insù pel liquido che sta in tal ramo del sifone. E poichè questo moto ascensivo si verifica in modo continuo, finchè sussista la sovraccennata condizione di efflusso, devesi concludere che, non soltanto la pressione atmosferica operante su la superficie del liquido da travasare quanto ancora la sovradetta pressione idrostatica che da essa consegue, sieno manifestazioni di moti attuali delle molecole aeree e delle molecole liquide (*a*).

§ 19. Si è pur detto sopra che una pressione in un liquido, ancor quando non sembra direttamente prodotta

(*a*) Anche dalla teoria fisica delle trombe aspiranti si può evidentemente trarre la stessa conclusione. Altrettanto può dirsi per la fontana di Erone e per la fontana intermittente, dalle quali pur chiaramente si scorge, che una pressione idrostatica corrisponde sempre, al pari della pressione di un gas, ad una forza viva, capace di trasfomarsi in lavoro.

da gravità, può sempre valutarsi, quanto alla sua grandezza, con riguardo ai moti di gravità. Valga per ciò il seguente esempio.

Abbiasi un vaso di vetro, a pareti robuste, munito superiormente di un corpo di tromba metallico, quale è il comun vaso piezometrico di Oersted; sia empito di acqua insieme con un tubo manometrico ad aria, la cui sezione interna sia però piuttosto grande. Chiusa la chiave di che è munita la tubulatura annessa al corpo di tromba, e che serve a completare il riempimento del vaso, e supposto che l'aria contenuta nel tubo manometrico eserciti la forza espansiva di un atmosfera, si giri la vite sì da spingere l'embolo verso l'interno del vaso. Tosto il manometro accenna, col condensarsi dell'aria, un aumento nella pressione esercitata dal velo liquido che inferiormente limita il volume di essa. E infrattanto il velo stesso salirà su pel tubo, susseguito dal liquido esterno che prende il posto abbandonato dall' aria. Ora qui abbiamo, dapprima, un effettivo movimento, trasmesso dall'operatore all'embolo, poi un evidente moto di salita del liquido nel tubo manometrico, il quale deve essere certamante stato provocato dal precedente, per opera della elasticità della massa liquida e delle pareti del vaso.

E questo interno moto di compressione dell'aria e dell'acqua ci può far apprezzare l'aumento di velocità occorsa nelle molecole del liquido. Se, ad esempio, l'aria rinchiusa nel manometro si sarà ridotta ad un volume corrispondente alla metà di quello che essa vi presentava dapprima, si può dire che l' aumento di pressione determinato dall' operatore corrisponde a quello che nel liquido stesso sarebbe determinato, supponendo cessata la pressione dell'embolo, ed annestando al vaso piezometrico un lungo tubo, aperto superiormente, ma ripieno di acqua per un altezza di met. 10.333 al di sopra del precedente livello. Così essendo, le molecole liquide del vaso piezometrico eserciteranno ancora sull' aria del manometro la pressione di un' atmosfera: ma avranno anche, come nel primo caso, acquistata una velocità corrispondente alla caduta di 10 metri ed un terzo. Ed infatti, in entrambo i casi, aprendo la chiave della tubulatura laterale del piezometro, il liquido zampillerebbe da essa, elevandosi, almeno le prime parti

uscite, ad un' altezza che sarà minore della predetta (metri 10.333), solo in riguardo alle resistenze passive da vincere ed allo svigorirsi della pressione, mano mano che il liquido uscente dal piezometro lascia al liquido residuo una parziale espansione (*a*).

§ 20. Si è più sopra accennato che, col crescere della pressione nell' interno di una massa liquida deve crescere la densità del liquido, e che però, la comprimibilità di questo essendo molto limitata, la variazione stessa nella densità doveva essere assai scarsa. Tuttavia non è difficile il trovar modo di mettere in evidenza codesto incremento di densità in una massa liquida, anche per non molta profondità. Giova all'uopo un'esperienza analoga a quella fatta da Galileo con altro intendimento, quello cioè di mostrare la piccolissima resistenza che l'acqua oppone allo scorrere delle sue molecole le une su le altre, quand' esse non sieno forzate a variare la distanza dei rispettivi loro centri di figura (*b*).

Si abbia un palloncino di vetro, del volume d' incirca mezzo decimetro cubo, nel quale si versi tal quantità di mercurio o di pallini di piombo che il peso totale di esso eguagli, all' incirca, quello di un egual volume di acqua, quando però siasi chiusa l'apertura del palloncino mediante un'opportuno tappo di gomma. Or questo, potendo poi essere un tal po' sollevato od affondato nella apertura stessa, concederà di trovarvi presto tale posizione che il pallone stesso, posto nell'acqua contenuta in un profondo vaso di vetro, si sommerga completamente, senza però cadere al fondo.

Allora si riconoscerà che codesto pallone discende nell' acqua sino ad un certo segno, dove si arresta, a prova che più sotto il liquido ha una maggiore densità e sopra

(*a*) Onde mantenere per un breve tratto di tempo questo zampillare del liquido nel caso del vaso piezometrico munito dell' embolo premente, si disse sopra di usare un tubo manometrico di notevole capacità, perchè fossero proporzionatamente meno sentite le diminuzioni di pressione nel liquido residuo, dovute all'uscita di una porzione del liquido preesistente.

(*b*) Vedi *Lezioni su l'elasticità* pag. 48 e seg.

una densità minore della densità media del pallone. Ed anche quando, crescendo di ben poco la temperatura del liquido, diminuisce la sua densità, il pallone discenderà alcun poco, ma si fermerà ancora in altro strato inferiore al primo, senza scendere al fondo, a meno che sia rilevante l'aumento avvenuto nella temperatura.

§ 21. Una così fatta esperienza, nel mentre accenna le differenze di densità dovute alla gravità ed alla comprimibilità dei liquidi, può servire a confermare quanto si disse più sopra circa le pressioni interne di una massa liquida considerate siccome manifestazioni di continui movimenti nelle loro parti. Infatti il predetto pallone che sta nuotante in uno strato del liquido non lascerà di esercitare uno sforzo effettivo e continuo per muoversi nella direzione della gravità, commisuratamente alla sua massa ed alla accelerazione di gravità, ossia nella misura appunto del suo peso assoluto. Ma codesto sforzo non ottiene un effetto visibile, perchè, in modo pure continuo, il liquido che lo investe, premendo su tutti i punti della sua superficie con intensità direttamente proporzionali alle distanze di ciascuno di essi dalla superficie libera, eserciterà uno sforzo di pari grandezza a quello che esso eserciterebbe, se il luogo del solido fosse occupato da altro liquido d'egual natura: epperò la risultante di tutte queste pressioni dovrà essere, in grandezza, eguale al peso assoluto di codesto volume di liquido, ed in direzione opposta, per impedire il moto di discesa di tal massa.

Alla quale deduzione può giungersi ancor più spicciamente, immaginando che, nell'interno di una massa liquida, una limitata porzione di questa, di figura qualsivoglia, si riduca d'un tratto allo stato solido, senza però mutare le distanze delle rispettive molecole, ossia senza mutare di densità. Se codesta porzione di liquido stava dianzi in equilibrio, in seno della restante massa, dovrà rimanervi ancora dopo, poichè il legame che supponemmo sorto tra le sue molecole non deve aver modificato la grandezza dello sforzo che la massa faceva per iscendere, e che è misurato dal suo peso assoluto. Epperò uno sforzo, eguale a questo in grandezza, ma opposto nel verso, dovrà esercitarsi dal liquido involgente colla risultante delle pressioni operanti su l'insieme della superficie di tal solido fittizio.

Ma non può credersi che i predetti due opposti sforzi corrispondano a due semplici tendenze a produrre un movimento, o, come suol dirsi, a due semplici conati; bensì sono da attribuire alla forza viva delle loro parti minime. Ed infatti basterà un lievissimo incremento di temperatura, ossia una lievissima diminuzione di densità nel liquido, perchè il solido offra un effettivo moto di discesa, il quale non può supporsi creato allora allora, ma dev'essere stato in esso preesistente, benchè sotto diversa forma. L'aumento di temperatura ha modificata la densità del liquido e quella ancora del solido, in quanto per l' uno e per l' altro, ma con diversa misura, si è aumentata la velocità termica delle loro molecole: ed, essendo maggiore la dilatabilità nel liquido che nel solido, sarà risultata in eccedenza la diminuzione nella densità del liquido rispetto a quella occorsa nel solido. Pertanto le molecole del liquido, non solo per le loro velocità di gravità, ma ancora pel loro moto termico, dovranno continuamente esercitare un' impulso contro tutti i punti della superficie del solido; epperò ancor questi dovranno vibrare analogamente, ma in direzione contraria, così da elidere in ogni istante l'effetto delle predette impulsioni.

§ 22. La precedente esperienza e l'anzidetto corollario valgono a chiarire a sufficienza quel principio, che è comunemente attribuito ad Archimede, e che però dal Galileo fu ridotto a forma veramente scientifica, che, cioè, un solido galleggiante, oppur sommerso in un liquido, risente su la sua superficie bagnata tali pressioni, la cui risultante è diretta verticalmente dal basso all'insù, e corrisponde al peso assoluto di un volume del liquido involgente, eguale al volume dello spazio occupato dal solido al dissotto della superficie libera orizzontale del liquido stesso.

Però l'anzidetta esperienza può presentarsi sotto altra forma. Abbiasi una miscela d'alcole e di acqua, in tal proporzione da offrire una densità eguale a quella dell'olio d'ulive, tantochè vi si possa far stare entro nuotante una grossa goccia d'olio, la quale per coesione e per l'azione contrattile della sua superficie tenderà ad assumere la figura sferica. Sia poi il tutto contenuto in un vaso piezometrico, così da poter esercitare sui due liquidi una pressione, che sarà indicata da un piccolo manometro ad

aria, rinchiusovi. Codesta goccia d'olio, appunto come farebbe il palloncino sovracennato, o qualsiasi altro solido la cui densità media fosse eguale a quella del liquido involgente, agirà col proprio peso assoluto per rimuovere innanzi a sè la miscela alcolica; ma questa la terrà a segno colla pressione esercitata su la sua superficie, giacchè la risultante di tal pressione corrisponde al detto peso assoluto dell' olio. Laonde codesto apparente equilibrio è il risultato dei moti molecolari di gravità e di calore che sono nei due liquidi a mutuo contatto.

Ma in questo caso possiamo fare anche altre osservazioni. Se si aumenta la pressione, col muovere la vite unita all'embolo, anche riducendola a tre o a quattro atmosfere in più della precedente, non si rileverà alcuna deformazione, nè alcun spostamento nella goccia.

Il non mutar di forma della goccia fa prova del suesposto principio di Pascal, giacchè, se le pressioni trasmesse dal liquido involgente alla goccia fossero di diversa intensità, la figura di questa lo accennerebbe tosto, col vario inflettersi della superficie (*a*).

Ed il non ispostarsi della goccia entro la provetta, quando si esercita una pressione di alcune atmosfere sui liquidi contenuti nel vaso piezometrico dimostra che la comprimibilità dell' olio d' ulive deve essere ben poco diversa da quella d' una miscela d' acqua e d' alcole avente la stessa sua densità relativa; poichè, ove mutasse con diversa misura la densità ne' due liquidi, la goccia lo accennerebbe tosto con un suo moto di salita e di discesa.

(*a*) Codesto modo di dimostrazione sperimentale mi è stato dapprima suggerito dal bravo prof. G. Pisati, già mio assistente. Questa prova è certamente preferibile a quella che si espone in alcuni trattati di fisica, per mezzo di una sfera cava, munita di un piccol corpo di tromba e di varj cannelli ripiegati e cogli assi paralleli, che, empita di acqua, ed esercitata una pressione su l' embolo, l' acqua s'alza egualmente ne'cannelli (supposti calibri o di egual diametro). Quest' ultima esperienza potrebbe piuttosto giovare a far comprendere che una pressione non si esercita mai senza un moto effettivo, come si è detto qui sopra (§ 17).

Ed è pur notevole che ancor, quando lasciata costante la pressione su di essa, viene a mutare sensibilmente la temperatura, la goccia conserva la sua posizione; il che vuol dire essere pressochè eguali i coefficienti di dilatazione termica dell'olio e della miscela involgente, tanto che varia con egual misura la loro densità col mutare della temperatura. E ciò conferma quella relazione che si è sopra accennata fra i coefficienti di compressione meccanica e di dilatazione termica delle varie sostanze (pag. 4).

§ 23. Sebbene, dopo le cose dette, non ci sembri necessario il dare altre dimostrazioni sperimentali del principio di Archimede, quali si sogliono descrivere ne' corsi elementari di fisica, vogliamo però quì ripeterne talune, in quanto ci porgeranno occasione di alcuni riflessi teorici e di alcune utili applicazioni.

Si abbia una squisita bilancia idrostatica (il cui flagello può essere alzato od abbassato con opportuno ingranaggio), e si abbiano due cilindri metallici, uno compito e l'altro cavo, il cui vano eguagli il volume del primo, per modo che questo, introdotto nell'altro, ne riempia il cavo giustamente; li si sospendano unitamente, il pieno sotto il cavo, ad uno dei gusci di detta bilancia, equilibrando il peso di entrambi con opportuna tara, posta su l'altro guscio; e si disponga al disotto di essi una capace tazza con acqua, la cui temperatura varii il più lentamente possibile.

Appena si abbasserà il flagello, così che il cilindro pieno cominci ad immergersi nell' acqua sottoposta, la bilancia traboccherà dall' altra banda. A prima giunta, potrebbesi pensare che questo fatto provenisse da una resistenza opposta dal liquido al lasciarsi penetrare dal solido: ma noi abbiamo già altrove ricordato l' ingegnosa esperienza di Galileo (a), che riportammo sopra leggermente modificata (pag. 23), e che mette in evidenza la resistenza estremamente piccola opposta dall' acqua allo spostarsi entro di essa di un solido pur voluminoso. E poichè, mano mano che il cilindro solido si affonda nel liquido, cresce lo sforzo che esso deve fare per affondarsi ulteriormente, si deve

(a) Vedi *Lezioni su l'elasticità* pag. 48.

invece riconoscere un effettivo impulso che le molecole del liquido, per il loro moto di gravità, correlativo alla loro distanza dalla superficie libera (pag. 18), esercitano contro la superficie del cilindro in direzione opposta al peso di questo. Ed invero il moto attuale di trabocco della bilancia rivela direttamente un moto od impulso esercitato dal liquido contro il solido, perocchè un movimento non può essere prodotto se non da altro movimento.

Fatto è poi che, qualora si aggiungano sullo stesso guscio che porta i cilindri, tali pesi che riducano ancora in equilibrio il flagello, quando il cilindro è sommerso, così da avere la sua base superiore a fior di liquido, questi pesi misureranno l'impulso di gravità, ossia la pressione che il liquido stesso esercita contro l'area della base inferiore del cilindro; mentre poi si elidono scambievolmente (due a due pei punti diametralmente opposti) le analoghe impulsioni esercitate su tutti i punti della superficie cilindrica del solido stesso. Ora, come abbiam veduto (§ 10), il valore della detta pressione su la base inferiore corrisponderà al peso di un cilindro dello stesso liquido, avente per base l'anzidetta area e per altezza la distanza dello strato liquido che la tocca dalla superficie libera del liquido, ed il volume di siffatto cilindro liquido evidentemente corrisponde a quello del cilindro solido sommerso.

Laonde si otterrà ancora l'equilibrio nella bilancia se, tolti i pesi ultimamente applicati per far sommergere il cilindro pieno, si empirà giustamente il cilindro cavo superiore (cioè sino al livello della sua apertura) con acqua, alla stessa temperatura della sottoposta. Però quest'ultima esperienza difficilmente riesce a dovere, se la bilancia è veramente squisita, giacchè troppe sono le difficoltà d'esecuzione perchè la capacità del cilindro cavo corrisponda esattamente al volume del cilindro pieno. Tanto che gioverà invece eseguire quest'altra prova.

Tenuti in serbo i pesi, che poc'anzi dicemmo aver servito a misurare la risultante delle pressioni esercitate dal liquido contro il solido sommerso, si disponga la stessa tazza, od altra con acqua ad eguale temperatura, su un piatto d'una bilancia di forma comune, equilibrando il peso di essa con opportuno contrappeso, posto su l'altro

guscio. E si sospenda il predetto cilindro pieno, per mezzo di un filo, ad un sostegno esterno alla bilancia; sicchè ne regga interamente il peso, stando il cilindro all' infuori ma al disopra della apertura della tazza. Se allora si abbasserà il cilindro (col muovere il filo od il sostegno), appena esso toccherà la superficie libera dell' acqua, la bilancia traboccherà dalla banda ov'è la tazza. E ciò ancora a cagione dell' impulso esercitato dal liquido contro il solido per sollevarlo, il quale, incontrando la resistenza di elasticità e di gravità del solido, si converte in un equivalente impulso, dato dal solido al liquido in opposto verso. Però, collocando sull'altro guscio della bilancia i sovradetti pesi, lasciatovi il precedente contrappeso, la bilancia si rimetterà in posizione d'equilibrio quando il cilindro sia affondato tanto, che la sua base superiore stia a fior di liquido.

Devesi quindi inferire che la risultante delle pressioni esercitate dal liquido contro il solido sommerso, misurata colla prima esperienza, sia eguale in grandezza alla risultante delle pressioni esercitate dal solido sommerso contro il liquido involgente, qual' è misurata da questa seconda esperienza. Ma, in ogni caso, il peso che si deve applicare sulla bilancia, quando il solido è sommerso, misura e fa prova dell' impulso esercitato per gravità e per elasticità dal liquido contro il solido.

§ 24. Il principio di Archimede è comunemente espresso con una forma meno propria, dicendosi: che un solido immerso in un liquido perde tanto del suo peso quant' è il peso del liquido spostato. Primamente il solido non può perdere in niun modo il peso, che è proprietà inerente alla sua materia; bensì il solido immerso nel liquido offre un peso apparente minore del suo peso reale, e la differenza tra questi due pesi risponde appunto al peso reale del liquido involgente, preso sotto un volume eguale a quello che in esso occupa il solido.

E quì approffittiamo di una giudiziosa osservazione di Galileo, che cioè quel liquido, che impropriamente dicesi *spostato* dal solido, onde questo galeggi su di quello, non solo può avere un volume minore dello spazio occupato dalla porzione immersa del solido, ma può questo volume essere ridotto piccolo quanto si vuole. Egli dimostrava codesto asserto, prendendo un cilindro di legno, di no-

tevoli dimensioni, tali però che esso potesse entrare e capire nel vano di un vaso cilindrico, il cui diametro fosse di poco minore del diametro di tal cilindro. Allora potrà bastare un piccolo strato di acqua, posta nel fondo di quel vaso, a reggere al peso del cilindro stesso, alzandosi essa a riempire l'angusto vano che rimarrà fra la parete interna del vaso e la superficie cilindrica del solido. Ed è pur chiaro che il volume dell'acqua da usarsi per quest' uopo sarà tanto minore, quanto minore sarà la differenza fra i predetti due diametri.

Anche in questa esperienza di Galileo si può riconoscere, e più chiaramente che in altre, essere la pressione di un liquido contro un solido la manifestazione di un moto attuale nelle parti del liquido, dovuto alla propria gravità. Infatti, quando si introduce il cilindro solido nel vaso cilindrico, nel cui fondo s' è predisposto uno strato d' acqua, affinchè questa possa esercitare contro la base inferiore del solido una pressione eguale al peso del solido, dovrà innalzarsi, nell' interstizio sovradetto, a tal punto che la velocità acquistata in corrispondenza alla caduta per un eguale altezza sia tale che il prodotto di quest' altezza per l' area della base, per la densità del liquido e per l' accelerazione di gravità (vedi nota a pag. 13) dia un peso assoluto eguale a quello del solido.

§ 25. Il principio di Archimede trovò molte ed importanti applicazioni anche nella scienza Esso porge al fisico un mezzo assai pronto e sicuro per determinare il volume di un solido o la capacità di un vase, qualsivogliano di figura, o per desumerne, nei casi di figure regolari, alcune delle loro dimensioni.

Infatti, quando si abbia un liquido la cui densità sia ben determinata sotto diverse temperature (come possiamo ritenere per l' acqua dopo le esperienze di Despretz, di Müncke e di Pierre, e per il mercurio in seguito a quelle di Dulong e Petit, e di Regnault), il precedente problema si riduce al trovare il peso del liquido stesso che corrisponde alla differenza tra il peso apparente del solido in esso sommerso ed il peso reale del solido stesso; oppure a trovare il peso reale del liquido che riempie giustamente il vano del vaso.

E qui per *peso reale*, sia del solido, sia del liquido,

intendiamo la somma del peso apparente di questi corpi, determinato entro l'aria atmosferica, e del peso di un volume dell'aria stessa, eguale a quello di siffatti corpi: poichè un fluido aeriforme esercita sovra un solido in esso immerso una pressione, la cui risultante è — del pari che per un fluido liquido — determinata dal principio d'Archimede.

Anzi, nel caso in cui l'acqua adoperata per queste determinazioni abbia la temperatura di 4°,0. C, od altra molto prossima ad essa, e, quando si assuma per unità dei pesi il grammo, si potrà ritenere che quel numero il quale esprime in grammi il peso dell'acqua il cui volume corrisponde a quello del solido, oppur riempie la capacità del vaso, esprimerà altresì in centimetri cubi il volume ricercato; giacchè nel sistema metrico decimale francese il grammo è appunto il peso reale di un centimetro cubo di acqua pura a quattro gradi. E quando la temperatura sarà notevolmente diversa converrà dividere il predetto peso di acqua per la densità relativa dell'acqua stessa a codesta temperatura (*a*).

Quando però si tratti di determinare il volume di un solido col precedente metodo, conviene che il solido stesso presenti una superficie continua, e non sia solubile nell'acqua, o da essa chimicamente modificabile. Se il solido sarà così poroso da essere permeabile, o se sarà solubile, converrà rivestirlo di un sottile strato di cera fusa o di vernice, della quale si potrà determinare il volume, mediante la differenza nel peso del solido, prima e dopo l'applicazione di essa, e mercè il valore della densità propria della cera o della vernice.

(*a*) Posto v il volume ricercato, d_t la densità dell'acqua alla temperatura t si avrà

$$v = \frac{p}{d_t} = p\ (1 + \delta t)$$

ponendo δ il coefficiente medio di dilatazione dell'acqua da 0° a $t°$, o piuttosto ponendo $1 + \delta t$ il volume che presenta a $t°$ quell'acqua che a 4° offre l'unità di volume.

Non occorre di notare che quando si sospende, per mezzo di un filo, ad un guscio della bilancia idrostatica il solido, che poi si sommerge, per determinarne il volume, converrà che un tal filo sia il più sottile possibile, e che ad ogni modo si tenga conto della pressione che esercita il liquido sulla porzione di tal filo che rimane sommersa in un col solido, con riguardo al volume del filo stesso, dedotto dal rapporto tra il suo peso e la sua densità.

Devesi pur badare che non rimangano bollicine d'aria aderenti al solido od al filo, le quali più facilmente si svolgono quando l'acqua involgente il solido sia in via di aumentare la propria temperatura.

E sovratutto poi è necessario determinare per bene, nell'atto in cui si fa la pesata, la temperatura dell'acqua in quello strato che è occupato dal solido sommerso, mediante uno squisito termometro a serbatojo cilindrico, la cui lunghezza poco differisca dall'altezza dello strato anzidetto.

Per queste determinazioni è indispensabile usare una bilancia esatta e squisita, capace cioè di valutare i pesi all'approssimazione di un milligrammo. Converrà dunque riconoscere dapprima, col metodo della sostituzione dei pesi, se la bilancia sia esatta: e, poichè ciò è difficile che si verifichi a tutto rigore, converrà impiegare, massime nei casi in cui il carico della bilancia ecceda un ettogrammo, il metodo della doppia pesata di Borda.

Devesi anco avvertire che il peso indicato dai pezzi metallici, che rappresentano i pesi convenzionali, è puramente apparente, in quanto, ancor essi sopportando la pressione dell'aria atmosferica, lo sforzo che effettivamente esercitano sul corrispondente braccio di leva della bilancia è dato dalla differenza fra il loro peso reale ed il peso di un egual volume di aria. Ora, dato essendo il metallo onde sono costituiti, si avrà il loro volume col dividere il loro peso (cioè il peso che son ritenuti rappresentare) per la densità relativa del metallo stesso. Ove trattisi di ottone, come è nel più dei casi, questa densità è prossimamente 8.28.

Crediamo opportuno per le predette determinazioni di esporre qui di seguito una tavola che porge la densità relativa dell'acqua a diverse temperature, secondo i dati

di Despretz i quali sono abbastanza in accordo con quelli di Pierre calcolati da Frankeneim, segnatamente nei limiti delle temperature qui esposte. Aggiungiamo un' altra tabella, la quale porge il peso in grammi di un decimetro cubo di aria a diverse temperature e pressioni, utile per trovare la differenza tra il peso reale ed il peso apparente de' corpi nell' aria.

Densità relativa dell'acqua.

Temperatura	Densità	Temperatura	Densità	Temperatura	Densità
0°	0,99987	13°	0,99941	26°	0,99680
1	0,99993	14	0,99928	27	0,99656
2	0,99997	15	0,99912	28	0,99627
3	0,99999	16	0,99898	29	0,99599
4	1,00000	17	0,99879	30	0,99569
5	0,99999	18	0,99861	31	0,99539
6	0,99997	19	0,99842	32	0,99508
7	0,99993	20	0,99821	33	0,99478
8	0,99988	21	0,99800	34	0,99448
9	0,99981	22	0,99778	35	0,99410
10	0,99973	23	0,99757	36	0,99380
11	0,99964	24	0,99730	37	0,99343
12	0,99953	25	0,99708	38	0,99306

Peso di un litro d' aria

in grammi (*a*)

Temperatura	740 millim.	Differenza verticale per 1°	750 millim.	Differenza verticale per 1°	760 millim.	Differenza verticale per 1°	Differenza orizzontale per 10 mill	Differenza orizzontale per 1 mill.
0°	1,2587		1,2757		1,2927		170	17
		45		46		47		
5	1,2360		1,2527		1,2694		167	17
		44		44		45		
10	1,2142		1,2356		1,2470		164	16
		42		43		43		
15	1,1930		1,2092		1,2253		161	16
		41		42		42		
20	1,1726		1,1885		1,2043		158	16
		39		40		40		
25	1,1529		1,1685		1,1841		156	16
		38		39		39		
30	1,1339		1,1495		1,1645		153	15

(*a*) La suesposta tavola del peso *p* in grammi di un decimetro cubo d'aria fu calcolata mercè la relazione:

$$p = \frac{1.29274}{1 + \alpha t} \cdot \frac{b}{760},$$

ove *b* sia la pressione barometrica ridotta a 0°, *t* la temperatura dell' aria α il coefficiente di dilatazione cubica di questa, che secondo Regnault può ritenersi eguale a 0,00367; posto che un litro d' aria secca a 0° ed alla pressione di mill 760 di mercurio sia gr. 1.29274, alla latitudine di 45° ed a livello del mare, siccome risulta dalle determinazioni dello stesso Regnault.

Altre importanti applicazioni del principio d'Archimede si incontrano in alcuni tra i metodi usati per determinare il peso specifico dei solidi e dei liquidi. Ma di questo argomento, più strettamente pratico, faremo parola in un appendice.

§ 26. Quì invece è luogo di esaminare più particolarmente che non siasi fatto addietro, e sovratutto dal lato sperimentale, le proprietà inerenti alla costituzione fisica dei liquidi, cioè la loro coerenza e la loro comprimibilità relativa.

Si è veduto (§ 3 e 4) che un liquido può essere considerato come un sistema di punti i quali, in opera di varj movimenti loro proprj, si tengono a certe distanze rispettive, le quali riescono variabili entro taluni limiti col mutare delle esterne condizioni: dimodochè ora si manifesta tra di essi una resistenza all' aumentare siffatte distanze rispettive, ed ora invece manifestasi una resistenza al mutuo ravvicinamento, secondo che si agisce per distrarre gli uni dagli altri oppure per accostare tra loro codesti punti. Quì interessa di vedere per quali condizioni fisiche vien modificata l'energia relativa di codeste due forme di reazione elastica.

Dobbiamo però notare che col vocabolo *coerenza* intenderemo di accennare tanto la resistenza opposta dalle molecole di un liquido al loro mutuo discostamento e che particolarmente diremo *coesione*, quanto ancora la resistenza che si manifesta in alcuni liquidi al mutare gli aspetti relativi delle loro molecole, ossia al ruotare le une rispetto alle altre senza modificare la loro distanza, la qual resistenza è più particolarmente chiamata *viscosità*.

Per coesione i liquidi manifestano sempre la tendenza a ridursi in forma sferica, nella quale riesce minima la superficie rispetto al volume, e minimo riesce il valor medio delle rispettive distanze di tutte le molecole di una data massa. Così vediamo che il mercurio puro, gittato in piccole masse su di un piatto ben pulito di vetro, vi si raccoglie in gocce, la cui figura tanto più s' accosta alla sferica quanto più piccole sono; ed anco le più voluminose, mentre per gravità tendono a spianarsi, manifestano la coesione col raccogliersi sotto figure sferoidiche, più o meno schiacciate. Ed anche quando l' acqua sgorga verti-

calmente da un pertugio, di forma regolare e piuttosto angusto, praticato nel fondo d'un vaso, si scorge che essa, dopo d'aver percorso un breve tratto, raccolta e continua, quasi a forma cilindrica, comincia a presentare alcune strozzature, alternate da rigonfiamenti, e che di poi questi si disegnano e si separano mano mano più spiccatamente in forma di gocce sferiche e sferoidiche (*a*).

Ma ancor più facilmente si riconosce la coesione in un liquido quando si elida in esso l'effetto di gravità, mediante la pressione di un altro liquido, avente la stessa sua densità. Così abbiam veduto sopra (§ 22) che in una opportuna miscela d'alcole e d'acqua si può tener nuotante una massa d'olio d'ulive di molto volume, la quale vi offre una figura che tanto meno differisce dalla sferica, quanto più uniforme sarà da strato a strato la densità della miscela involgente. Che se poi una grossa goccia d'olio viene coll'urto d'una verghetta, o coll'agitazione del veicolo obbligata a dividersi, ciascuna parte si ricostituirà tosto sotto forma di goccia sferica o sferoidica, accennando quasi una tendenza nella superficie di ciascuna parte a contrarsi il più possibile, obbligando la interna massa a raccogliersi sotto il minimo di superficie, la qual tendenza fu acconciamente chiamata dal Mossotti *contrattilità superficiale* dei liquidi. Simili osservazioni fecero Plateau e Dufour con diverse combinazioni di varj liquidi. L'acqua, ad esempio, può tenersi sospesa in grosse goccie entro una miscela di olio di lino e di garofani.

Volendo però avere un approssimata misura della coesione relativa de' diversi liquidi, convien osservare che, immergendo una verghetta di vetro successivamente entro diversi liquidi atti a bagnarla, ed estraendonela coll'asse verticale, vi rimarrà aderente all'estremo inferiore una goccia, il cui volume, e meglio ancora il cui peso può servire

---

(*a* Per vedere distinte codeste gocce convien fare l'esperienza in un luogo oscuro ed illuminare il filetto liquido cadente solo per un tempo brevissimo, come ottiensi con una scintilla elettrica: altrimenti vediamo insieme confuse le immagini delle successive posizioni occupate dalle singole gocce cadenti, sotto l'apparenza d'un filetto continuo e torbido.

d' indizio dello sforzo di coesione esercitantesi tra il velo liquido che bagna il solido e gli strati contigui della restante massa della goccia. Di tal modo si riconoscerà che, ad esempio, nell' acqua la coesione è maggiore che nell'alcole e più ancora che nell'etere. Variando poi la natura de' solidi costituenti la verghetta, purchè sian tutti bagnabili, e purchè sia costante l'area della loro base, si vedrà che uno stesso liquido ad una data temperatura presenta gocce di egual volume, qualunque sia la natura del solido. Dunque la condizione fondamentale del fenomeno sta nella coesione tra le parti del liquido, mentre la adesione fra liquido e solido è solo una condizione predisponente.

§ 27. Queste prove riescono meglio concludenti e suscettive di maggior precisione, se come fecero Gay-Lussac, Frankenheim e Tate, si farà effluire un liquido da un cannello capillare, applicato normalmente al fondo orizzontale di un vaso. Allora, se il cannello sarà sufficientemente angusto da lasciar sgorgare il liquido lentamente, in forma di gocce distinte, si riconoscerà che ciascuna di queste, innanzi di staccarsi dal velo liquido che bagna la sezione della base del cannello, assumerà un dato volume, se si manterranno costanti la natura del liquido, la temperatura di esso e la pressione esercitata dal liquido contenuto nel vaso su quello che si presenta all' orificio del cannello. Anzi, contando il numero delle gocce che sgorgheranno in un dato tempo e pesando codeste gocce raccolte in opportuno vasetto, si potrà determinare il peso di una di esse.

E procedendo similmente con diversi liquidi, tenuta costante la sezione del cannello, e la pressione del liquido interno su l'orificio, si riconosce variare notevolmente dall' uno all' altro liquido il volume delle gocce staccantisi dal cannello, il numero delle medesime in un dato tempo e quindi il peso di ciascuna. Le gocce di acqua sono più voluminose e più pesanti di quelle di alcole: Gay-Lussac trovò circa triplo il peso d' una goccia d'acqua rispetto a quello d'una goccia d'alcole alla temperatura di 15°.

Vuolsi però notare che, anco in questo modo di sperimentare, riescono implicite le due sovradette forme di coerenza, cioè la coesione e la viscosità, potendosi quest'ultima desumere dalla lentezza con cui vanno ingrossan-

dosi e quindi staccandosi le gocce dei diversi liquidi. Col crescere della temperatura per uno stesso liquido diminuisce il volume delle gocce e cresce il loro numero, poichè scemano tanto la coesione quanto la viscosità.

La viscosità relativa dei liquidi meglio si può desumere dal tempo che essi impiegano ad effluire da un dato cannello capillare, sotto una determinata pressione, siccome fece il Graham, il quale denominò questo fenomeno *traspirazione capillare* dei liquidi. Ei trovò appunto che il tempo della traspirazione, più che colla coesione, ha relazione colla viscosità. In gruppi di composti organici analoghi trovò il detto tempo mano mano maggiore ne' liquidi che bollono a più alta temperatura. Valgano i seguenti esempi ne' quali si è preso per unità della traspirazione relativa dei liquidi il tempo per la traspirazione dell'acqua (*a*).

	traspir.	*ebolliz.*		*traspir.*	*ebolliz.*
Etere formico	0,311	53,°0	Acido nitrico .	0,990	86,°0
id. acetico .	0,533	74,0	id. acetico .	1,280	120,0
id. buttirico	0,750	120,0	id. butirico	1,565	163,0
id. valerico	0,827	133,5	id. valerico	2,155	175,0
Formiato d'etile	0,511	59,9	Acetone	0,400	55,6
Acetato id.	0,553	74,1	Alcole metilico	0,630	66,0
Butirato id.	0,750	119,0	id. etilico .	1,195	78,5
Valerato id.	0,827	....	id. amilico .	3,649	132,0

§ 28. Un'altro modo opportuno per apprezzare la coerenza relativa dei liquidi lo si trae dallo sforzo richiesto

(*a*) Il Graham trovò pure che le diluzioni degli acidi nell'acqua offrono un massimo di viscosità, cioè un massimo tempo di traspirazione sotto una determinata proporzione di acqua. Ad esempio, l'acido solforico monoidrato, il cui tempo di traspirazione è 21,65, coll'aggiunta di un equivalente d'acqua presenta il massimo di 23,77; l'acido acetico anidro, che ha per traspirazione relativa 1,28, giunge a 2,70 diluito in due equivalenti d'acqua. L'acido nitrico monoidrato presenta il massimo di 2,10 con tre equivalenti d'acqua.

a staccare un disco solido dalla superficie libera di diversi liquidi, capaci di bagnarlo, siccome procedette Gay-Lussac. Il disco, è sorretto per mezzo d'un filo corrispondente al suo centro di gravità, da un guscio d'una bilancia idrostatica, ed equilibrato quanto alla sua gravità da opportuno contrappeso, posto su l' altro guscio: la sua fascia inferiore, che dev'essere orizzontale, vien quindi portata, coll'abbassare il flagello, a pieno contatto della superficie orizzontale d' un liquido, contenuto su una sottoposta coppa, per modo che non rimangano bolle d' aria al disotto di esso. Allora, caricando l' altro guscio con pesi, che s' andranno poco a poco e cautamente (senza smuovere il flagello) aumentando, si scorge che il liquido si solleva sotto il disco, al dissopra dell'esterno livello, sino a che il peso del liquido così sollevato eguagli la coesione esercitantesi fra due strati contigui ed orizzontali del liquido, là dove minima è la sezione della colonna sollevata.

Con questo processo si riconosce che, tenute ferme la qualità e temperatura del liquido e l'area del disco solido, e variando la natura, la densità e la grossezza di questo, purchè sia bagnabile dal liquido, la trazione da esercitarsi per istaccarnelo rimane costante. Variando l'area del disco, lo sforzo per produrre il distacco da un dato liquido è direttamente proporzionale all'area stessa. E variando solo la temperatura, lo sforzo per produrre la rottura d' una colonna liquida, di data natura e sezione, va diminuendo colla temperatura; ma con varia ragione ne'diversi liquidi.

Tutti questi risultati confermano che l'adesione tra liquido e solido interviene solo come una condizione predisponente del fenomeno (cioè a rendere possibile il sollevamento del liquido), e che la condizione fondamentale del fenomeno sta nella coesione relativa del liquido, la quale appunto varia soltanto colla natura e colla temperatura di esso.

Anche di questo modo si può rilevare e valutare approssimativamente la viscosità d' un liquido, a differenza della sua coesione. Come osservò Bellavitis, i liquidi viscosi possono temporaneamente reggere ad uno sforzo di trazione maggiore del corrispondente limite di coesione, per determinare il quale bisogna, non solo crescere gradatamente i pesi, ma lasciar poi operare ciascuno di essi per

un tempo abbastanza lungo (di almeno 4' a 5'). Trovato codesto limite, si osserva che, anco aumentando di poco il peso traente, il disco non si stacca così subito dal liquido, ed il tempo che decorre tra l'applicazione del peso ed il distacco riesce tanto maggiore quant'è minore l'eccesso di questo peso sul detto limite. È pur rimarchevole che i liquidi molto viscosi non hanno molta coerenza.

Valgano a schiarire queste osservazioni i seguenti dati, che ottenni con un disco di vetro del diametro di cent. 8. Il peso voluto a determinare il distacco del disco è espresso in grammi.

	temper.	*densità*	*peso pel distacco*	*tempo*
Acqua a	4°	1,0000	gr. 24,5	....
id.	12	0,9995	» 23,4	....
id.	20	0,9982	» 21,3	....
Glicerina a	22	1,280	» 22,8	....
Olio di ricino a	10	0,968	» 18,0	1'.30"
id.	22	....	» 17,0	1.45
id.	22	....	» 17,5	15
id.	22	....	» 18,0	8
Olio d'ulive a	22	0,910	» 16,4	....
Alcole a	10	0,815	» 14,5	....
id.	22	....	» 13,0	....

Ho pure verificato che, usando un disco di zinco ed altro di legno, di egual diametro del predetto di vetro, si richiedeva lo stesso peso per istaccarli dall'acqua, presa ad una stessa temperatura. Ed impiegando due dischi di legno, aventi le aree rispettivamente di 50 e 32 centim. quadrati, per istaccarli dall'acqua a 12°, si richiesero grammi 23.0 e grammi 14,5 rispettivamente; i quali pesi sono, all'incirca, direttamente proporzionali alle dette aree.

Tuttavia codesto processo non è abbastanza sicuro per valutare la coesione relativa dei liquidi, massime in riguardo alla variabile sezione trasversale della colonna liquida sollevata dal disco, la quale, in prossimità del limite di rottura, assume la forma di una gola, poichè tende a stringersi sempre più, anche in opera della forza contrattile della stessa superficie di contorno.

§ 29. Sono però suscettibili di maggiore precisione le misure della coesione relativa dei liquidi che si traggono dai fenomeni detti di capillarità.

Non è quì luogo di esporre in particolare i molteplici fenomeni che s' ascrivono all' azione capillare, nè di dire come si debba procedere per ben osservarli. Diremo solo che, pel nostro scopo di valutare la coesione relativa de' liquidi, più sicuro modo è quello di osservare l' influenza di essa su l' elevazione nei tubi capillari.

Per tale oggetto occorre dapprima far scelta di cannelli che sieno veramente calibri, esplorandone il vano, col farvi scorrere una colonnetta di mercurio, sì che ne occupi successivamente i vari tratti, e misurando ogni volta la lunghezza di essa, a temperatura costante.

Devesi ripulire per bene l'interno del cannello da ogni materia grassa, per mezzo d'una diluzione d'acido nitrico e poi per mezzo dell'etere.

La misura approssimata del raggio medio interno r del cannello è data dal peso p di una colonna di mercurio che ne riempia il vano per una lunghezza l alla temperatura t, mercè la

$$p = \pi r^2 l \frac{13,596}{1+\alpha t},$$

posto α il coefficiente di dilatazione medio del mercurio, che può ritenersi 0,0001797 per le temperature comprese da 0° a 30°

Disposto poi il cannello col suo asse verticale, bisogna dapprima affondarlo nel liquido, sì da bagnarne per bene l'interna superficie, per sollevarlo di poi, tanto che si possa aver la certezza che il vano del cannello si mantenga bagnato al dissopra della colonna liquida che si vede elevata in esso.

Infine bisogna determinare con molta cura, per mezzo di un catetometro, la differenza di altezza tra la superficie di livello del liquido all'esterno e la base del menisco concavo che sta alla sommità della colonnetta liquida.

§ 30. Adoperando cannelli di egual diametro, ed immergendoli in liquidi di diversa natura sotto una medesima temperatura, si trova che la altezza della colonnetta elevata

nello spazio capillare ha una diretta relazione collo sforzo di coesione, quale si è misurata poc'anzi col distacco del disco. E meglio poi ha relazione con questo sforzo il peso di detta colonnetta, che ottiensi moltiplicando l'altezza per la densità relativa di ciascun liquido (ritenuta eguale la sezione trasversale), poichè è appunto codesto peso che misura il limite di coesione del menisco anzidetto colla guaina liquida che aderisce all' interna parete del tubo.

E che la varia coesione relativa dei liquidi sia la condizione fondamentale della varia loro elevazione entro cannelli di dato diametro e ad una determinata temperatura, appare chiaramente dallo specchio che segue, dove si indica la altezza della colonnetta di ciascun liquido che sta elevata sul livello esterno, entro un cannello avente 1 mill. di raggio. Vi si espone altresì il prodotto di codesta altezza per la densità relativa d' ogni liquido.

Liquori	Temperatura	Densità	Elevazione in mill.	Prodotto
Mercurio (*a*) .	12.°0	13.595	5.56	74.49
Ac. solf. mon.	0.0	1.849	8.40	15.54
Acqua	0.0	1.000	15.30	15.30
Olio d' ulive .	0.0	0.916	7.46	6.83
Solf. di carb.	0.0	1.290	5.10	6.58
Essenza di ced.	0.0	0.838	7.23	6.07
id. trement.	0.0	0.890	6.76	6.02
Etere acetico	0.0	0.905	6.10	5.52
Alcole etilico .	0.0	0.821	6.05	4.97
Etere etilico .	0.0	0.739	5.35	3.95
Sali neutri . .	16.8	1.475	11.10	16.37
id. id. . .	16.8	1.043	14.40	15.02
Acido tartrico	19.0	1.114	13.30	14.82
id. citrico.	13.0	1.140	12.24	13.95
id. formico	0.0	1.105	10.20	11.27
Cloruro di zin.	0.0	1.364	10.06	13.72
Potassa caust.	19.0	1.059	12.40	13.13
id. id.	19.0	1.405	6.50	9.13

(*a*) Pel mercurio s'espone l'elevazione deteriminata da Avogadro entro tubi metallici, per bene amalgamati.

Da questo quadro facilmente si desume che i liquidi più coerenti, come sono il mercurio, l'acido solforico e l'acqua, offrono pel detto prodotto valori ben maggiori di quelli corrispondenti ai liquidi di minima coerenza, come sono l'alcole e l'etere. Si riconosce pure che su la elevazione capillare non ha influenza sensibile la viscosità dei liquidi, giacchè, ad esempio, l'olio d'ulive presenta un prodotto che è minore della metà di quello corrispondente all'acqua.

Quanto alle soluzioni dei sali o degli acidi nell'acqua, si può notare che, pei sali neutri, col crescere della quantità del corpo disciolto, aumenta il prodotto della coesione, ma con una misura non molto sentita; che i sali neutri, relativamente alla densità, presentano i maggiori valori; che le soluzioni acide offrono un decremento nel prodotto, il quale però è molto minore di quello corrispondente ai corpi alcalini, nei quali poi, in opposizione a quanto presentano i sali neutri, col crescere della quantità del corpo disciolto nell'acqua, diminuisce e notevolmente il ripetuto prodotto.

Anche in questi fatti è facile persuadersi che la adesione fra liquido e solido interviene soltanto come condizione predisponente del fenomeno: giacchè un dato liquido ad una data temperatura si tiene egualmente elevato entro cannelli aventi lo stesso diametro, sebben formati da materie diverse e quindi di diversa densità, ed anco con diverse grossezze delle pareti, purchè tutte codeste materie dei cannelli sieno ugualmente bagnabili da un tal liquido. Poichè appunto la colonnetta capillare si tiene elevata sul livello esterno, grazie alla coesione esercitantesi fra il contorno del menisco concavo ed il velo liquido col quale si deve preventivamente bagnare il vano del cannello.

§ 31. Epperò accade che, per uno stesso liquido in un cannello di dato diametro, l'altezza della colonnetta capillare va diminuendo col crescere della sua temperatura; e ancora con varia ragione ne' diversi liquidi. A questo proposito citiamo le formole empiriche che, secondo le esperienze di Brunner, esprimono l'altezza A in millimetri della colonnetta capillare sotto diverse temperature t in gradi centesimali entro un tubo di un millimetro di raggio:

Per l'acqua . . . $A = 15,33215 - 0,02864t$
» l'olio d'ulive . . $A = 7,4640 - 0,0105t$
» l'etere . . . . $A = 5,3536 - 0,0280t$

Da queste relazioni si ricava che il decremento nella coesione col crescere della temperatura varia notevolmente da uno ad altro liquido, e con tal ragione che non manifesta una diretta relazione nè colla densità, nè colla dilatabilità termica d'ogni liquido.

E qualora poi le dette relazioni potessero tenersi valevoli anche per temperature superiori a quelle cui furono spinte l'esperienze dalle quali furono dedotte (prossimamente alla temperatura di ebollizione d'ogni liquido sotto la pressione di un atmosfera), s'avrebbe modo di desumerne a quale temperatura ciascuno di codesti liquidi debba cessare di star elevato in uno spazio capillare, perchè risulti annullata in essi la coesione e ridotta quindi la superficie del menisco ad essere piana e normale alla parete interna. Codesta temperatura t sarà data dalla relazione $b = ct$, posti b e c i coefficienti numerici dei due termini del secondo membro delle predette equazioni. Con che si ottiene per l'acqua $t = 535^\circ$, per l'etere $t = 191^\circ$ e per l'olio $t = 711^\circ$.

Ora il Wolff, esperimentando sull'etere, trovò che appunto esso perde ogni coerenza verso i 190°, poichè, chiuso entro un robusto tubo di vetro, per modo che la capacità di questo fosse tutt'al più due o tre volte quella occupatavi prima dal liquido, alla detta temperatura esso, d'un tratto, si riduce tutto in vapore. Cagniard-Latour, che aveva già prima fatte analoghe esperienze sull'etere, sul solfuro di carbonio e sull'alcole, era giunto pressochè allo stesso risultato, avendo ottenuto per l'etere la completa vaporizzazione a 188°, per l'alcole a 259° e pel solfuro di carbonio a 275°. Quanto all'acqua, sperimentata pure da Cagniard-Latour, credette di poter assegnarvi la temperatura della fusione dello zinco (la quale è intorno a 420°); osservando però che questa temperatura del completo disgregamento dell'acqua non potevasi dire così ben determinata come l'altre, atteso il grave pericolo dell'esplosione de'tubi per le enormi interne pressioni del vapor acqueo,

e perchè a quell'alte temperature il vetro si rende opaco, sciogliendosi una delle sue basi nell'acqua contenuta. Wolff ha pure verificato che la temperatura della totale vaporizzazione, di un liquido, ossia della sua completa disgregazione non è sensibilmente modificata col variare la grandezza della pressione esercitata dal vapore già formato sul restante liquido, ossia col variare anche notevolmente il rapporto fra la totale capacità del tubo ed il volume iniziale del liquido.

Dalle predette sperienze di Brunner si ritrae ancora che la coesione diminuisce sempre nell' acqua liquida coll' aumentare della temperatura, anco nei limiti ne' quali essa presenta il massimo di densità. Questo fatto venne da lui verificato, ripetendo con tutta l' accuratezza molte determinazioni dell'altezza capillare dell'acqua fra 0° e 10° entro un cannello col vano molto angusto (mill. 0.585 di diametro), e trovò ancora che esse rispondevano ai coefficienti numerici della suesposta formola, fatto calcolo dell'influenza de' diversi diametri dei cannelli adoperati nelle due serie di prove.

Questa osservazione è di molta importanza, giacchè dimostra essere la elevazione capillare diretta misura della semplice coesione, all'infuori della viscosità. Laonde le calorie che si comunicano all'acqua per iscaldarla da 0° a 4°, nel mentre essa va aumentando di densità (le quali ben si potrebbero dire *calorie di contrazione* dell' acqua stessa) servir devono, anzitutto, a reagire contro il movimento di orientazione delle sue molecole, il quale cresce d'intensità in vicinanza della di lei temperatura di solidazione, quando cioè l' acqua tende ad assumere la forma cristallina, che determina in essa un ragguardevole aumento di volume (circa un nono), passando interamente allo stato solido: e quindi può dirsi che, in que' limiti di temperatura, il calore opera su la viscosità del liquido più che su la coesione. Anche Savart aveva riconosciuto che l'acqua presenta un massimo di viscosità alla temperatura del massimo di densità, dietro sue esperienze sul suono dato dall' acqua entro tubi a diverse temperature.

Dalle stesse prove del Brunner si può desumere altresì che la totale diminuzione nella coesione relativa subita dall'acqua passando da 0° a 100°, quale può dedursi dalla

diminuzione del peso della colonna capillare, è proporzionatamente maggiore di quanto importi la corrispondente diminuzione nella densità del liquido. Infatti il rapporto tra le elevazioni capillari dell' acqua a 0° ed a 100°, risponde a

$$15{,}331 : 12{,}468 = 1{,}230 : 1{,}0;$$

quello dei pesi di tali colonne risponde a

$$15{,}332 \times 1{,}0 : 12{,}468 \times 0{,}9586 = 1{,}2787 : 1{,}0;$$

laddove le densità dell' acqua a 0° ed a 100°, stanno tra loro come 1,0436: 1,0.

§ 32. Che la forza determinante l' elevazione capillare risieda nel menisco concavo, e che essa sia correlativa alla coesione del liquido, lo si ritrae facilmente da una doppia serie di fatti: 1.° tuttoché fa variare la curvatura del menisco, fa pur variare l'elevazione capillare per un dato liquido; 2° alla superficie libera di un liquido si manifesta un tale stato di tensione delle molecole, che ben può dirsi contrattilità.

Quanto ai primi fatti ci limiteremo ad accennare i seguenti. Uno stesso liquido sotto una data temperatura entro cannelli di diverso diametro si tiene appunto elevato in ciascuno di essi in ragione reciproca del raggio di curvatura del menisco, e quindi assai prossimamente in ragione reciproca dei raggi interni dei cannelli stessi (*a*).

(*a*) Nei cannelli di piccolo diametro, può ritenersi, per approssimazione, che il menisco concavo in essi formato alla sommità della colonnetta liquida corrisponda ad una superficie emisferica, di raggio eguale a quello del vano capillare; epperò può anche tenersi corrispondente a questo raggio il raggio di curvatura del menisco stesso.

Chiamando poi v il volume della colonna capillare, d la densità relativa del liquido, g l'accelerazione di gravità, p il perimetro del menisco, r il raggio del cannello e c il coefficiente di capillarità proprio di ciascun liquido, ossia la intensità dell' azione contrattile (o di coesione) spiegata dal liquido su l' umidità lineare del detto perimetro, si avrà l'equazione

Avendosi un cannello capillare ed un tubo di molto diametro, comunicanti tra loro inferiormente a guisa di *U*, ma così che l'estremità superiore del cannello riesca di molto inferiore all'estremo aperto del tubo, si versi per questo acqua, in modo che passando essa anche nel cannello riesca lontano dalla sommità di questo, ancor quando tutta la parete interna del cannello, con opportuna preventiva inclinazione del tubo, sia rimasta bagnata dall'acqua. In allora, stando verticali gli assi del tubo e del cannello, il menisco liquido si terrà in questo elevato sul livello dell'acqua nel tubo di una quantità relativa al diametro del cannello; e tale si manterrà anche versando nel tubo altra acqua, che farà elevare egualmente il menisco ed il livello. Appena però codesto menisco, col suo contorno superiore, giungerà a toccare il contorno dell'apertura del cannello, accadrà che, aggiungendo altra acqua nel tubo, la curvatura del menisco andrà grado grado diminuendo, e proporzionatamente diminuirà l'altezza del menisco stesso sul

---

$$vdg = pc, \text{ ossia } vdg = 2\pi rc \qquad (1)$$

il primo membro della quale esprime il peso assoluto della colonnetta liquida che sta elevata nel cannello al disopra dell'esterno livello ed il secondo l'energia contrattile del contorno del menisco che sorregge il detto peso.

Ora il volume v di tal colonna è rappresentabile dal volume della colonna cilindrica compresa tra il livello esterno ed il livello tangente il punto più depresso del menisco concavo, aggiuntovi il volume di codesto menisco, il quale corrisponde alla differenza tra il volume del tronco di cilindro avente per base la sezione del cannello e per altezza il suo raggio ed il volume della mezza sfera di egual raggio: e quindi sarà $v = \pi r^2 A + \frac{1}{3}\pi r^3$, ossia $v = \pi r^2\left(A + \frac{r}{3}\right)$, posta A l'altezza della colonnetta cilindrica compresa fra i detti due livelli. Ed introducendo questo valore di v nella (1) si avrà

$$A + \frac{r}{3} = \frac{2c}{gd} \cdot \frac{1}{r},$$

la quale dimostra appunto essere l'elevazione capillare inversamente proporzionale al raggio del cannello.

livello del liquido nel tubo, finchè, scomparsa ogni curvatura, cioè ridotta piana la sommità della colonnetta liquida e corrispondente alla sezione d'apertura del cannello, questa superficie si troverà anche corrispondere al livello del liquido nel tubo largo. Ma, da un tal punto, continuando a versare poco a poco altr'acqua nel tubo, si vedrà emergere dall' apertura del cannello la colonnetta liquida in forma di menisco convesso, la cui curvatura andrà gradatamente crescendo, ed intanto si offrirà pur crescente l'altezza del livello liquido nel tubo rispetto a codesto menisco. Anzi, se la sezione del cannello non sarà stata prima bagnata, finchè il menisco convesso si manterrà col suo contorno aderente al contorno dell'apertura, e se il menisco stesso potrà assumere il suo massimo di curvatura (quando il raggio di codesta curvatura corrisponderà a quello del menisco concavo che s' aveva dapprima) il ripetuto livello del liquido nel tubo si troverà alto rispetto all' apertura del cannello di una quantità che corrisponderà all' altezza che prima aveva il menisco concavo sovra il livello stesso.

Adunque lo stare elevato, il ridursi a livello, od il tenersi depresso di un liquido in uno spazio capillare hanno diretta relazione colla curvatura della superficie liquida nello spazio capillare. Quando questa superficie è concava, essa esercita un azione traente verso l'esterno di essa, che tende a sollevare il liquido; e, quando essa è convessa, si determina un'azione premente verso l'interno, che tende a spingere in basso il liquido.

Che poi questa forza di trazione o di pressione spiegata dal menisco liquido abbia relazione colla coesione di questo, lo si rende manifesto colla seguente prova. Abbiasi ancora, come precedentemente, un cannello capillare congiunto ad *U* con un largo tubo, in cui siasi posta acqua, sì che nel cannello il menisco concavo risulti elevato sovra il livello nel tubo, e si porti con diligenza una piccola goccia di alcole o di olio, per modo che arrivi a toccare il detto menisco ed a formare al dissopra un nuovo menisco. Si vedrà tosto diminuire l' altezza della colonnetta capillare, poichè si sarà diminuito, proporzionatamente alla natura del secondo liquido, il massimo sforzo di trazione cui può reggere il novello menisco. Questo fatto è del resto analogo a quello che si accennò sopra

(§ 31), quando si disse che, per un dato liquido, col crescere della temperatura, diminuendo in esso la coesione, diminuisce pure l'elevazione capillare.

§ 33. L' azione contrattile d' una superficie liquida si rende evidente colle seguenti sperienze.

Si prepari una soluzione di sapone, e vi si mescoli insieme un po' di glicerina. S'avrà così un liquido coerente e viscoso, per modo che, prendendone una goccia per mezzo di un cannello, si potrà soffiare una bolla molto consistente, anche quando il velo liquido sarà ridotto tanto sottile da essere iridescente.

Già in questo inviluppo liquido, che resiste all' espansione del gas contenuto e va assottigliandosi man mano che cresce la interna pressione, pur conservando sempre la forma sferica, si manifesta l' azione contrattile, ossia la tendenza del velo liquido al raccogliersi sotto le minori dimensioni di superficie.

Si prenda un filo di metallo e se ne formi un anello, del diametro di 5 a 6 centimetri, lasciandovi unito un tratto di filo, perpendicolare al piano dell' anello, da servire di manico. Tuffando l'anello nella detta soluzione, ed estraendonelo poi con avvedimento, vi si faccia aderire una lamina del liquido stesso. Codesta lamina presenterà distinta la sua coesione e contrattilità, poichè vi si potrà lasciar cadere attraverso (purchè non abbia troppa velocità) una pallina, foss' anche del diametro di un centimetro, senza romperla: in quanto che la lamina dapprima si affonderà, per involgere, a guisa di una borsa, la pallina cadente, e si ricostituirà poi, superiormente ad essa, in forma di lamina continua, come dianzi. Questo fatto può vedersi più chiaramente, prendendo un altro anello, simile al precedente, ma d' un diametro un po' minore della metà di quello. Fattavi aderire similmente una lamina di tal liquido, lo si potrà applicare su la lamina aderente all'anello maggiore, e quindi premendo il primo all' ingiù, si vedrà distendersi in giù il velo liquido anulare che sta aderente ai due anelli, formando una borsa, la quale potrà affondarsi a tal punto da giungere a ricostituire una lamina continua col velo aderente al maggiore anello, il quale, dopo aver scorso su la lamina dell' altro anello, la abbandona di poi completamente.

Su la lamina liquida aderente al maggiore anello, tenuta orizzontale, si collochi un filo metallico rettilineo, lungo più del diametro dell'anello e bagnato completamente nel liquido stesso, sicchè la lamina riesca da esso divisa in due parti. Se si determinerà, con qualche artificio, la rottura di una di queste parti della lamina, l'altra, la quale dall'un lato aderirà ancora al filo, contraendosi e raccogliendosi in una goccia, trascinerà seco questo filo, ancorchè pesante, sin quasi a contatto di quel punto del contorno dell'anello che prima corrispondeva al raggio normale alla direzione del filo.

Con un sottile e corto filo di seta, riunendone i due capi con un nodo, si formi un'anello d'un diametro minore di quello dell'anello più grande, lo si bagni nel ridetto liquido, e lo si deponga poi su la lamina aderente all'anello stesso, sicchè vi presenti una figura al tutto irregolare. Allora, si rompa la porzione della lamina che sta entro il contorno del filo serico, e si scorgerà la restante parte della lamina, la quale da una banda aderisce all'anello metallico rigido e dall'altra al filo serico flessibile, contrarsi, forzando quest'ultimo a distendersi, così da formare un regolare contorno circolare, con che riescirà minima la superficie della lamina liquida anulare compresa tra i due fili.

Queste sperienze rendono evidente ad un tempo la contrattilità e la coesione del liquido costituente siffatte lamine. La coesione può rilevarsi anche da ciò che, presentando una di queste lamine in direzione obliqua ad un filetto d'acqua che effluisca da un imbutino a collo sottile, si potrà trovar modo di far deviare sensibilmente il filetto liquido cadente colla resistenza della lamina.

§ 34. Che infine l'adesione abbia soltanto una influenza secondaria, o meglio, come già dicemmo, predisponente dei fenomeni capillari, appare chiaro dalle seguenti sperienze.

Su di una lamina di vetro piana, ben pulita e disposta orizzontalmente, si collochi una goccia d'acqua, non molto voluminosa, indi con diligenza si posi in prossimità di quella una goccia di alcole. Se questa, distendendosi sul vetro, giungerà colla sua base a toccare il contorno della goccia d'acqua, questa sarà tosto rimossa dall'altra, la quale andrà

sospingendola con qualche impeto, nel mentre va dilatando la propria base, così da ricoprire di sè interamente quella porzione della superficie vitrea che era dianzi occupata dalla goccia d'acqua. Un fenomeno analogo si ottiene collocando una goccia d'olio, e meglio ancora una goccia di etere in prossimità di una goccia d'acqua (*a*).

Ora, in questi casi, i liquidi che meno si elevano nei cannelli capillari — l'etere, l'alcole e l'olio — manifestano invece per il vetro un'adesione maggiore di quella dell'acqua, la quale, all'incontro più di essi s'innalza ne'cannelli capillari. Il fenomeno deve adunque dipendere, come si è già detto, dalla coesione relativa del liquido, che si esercita fra il velo liquido di cui devesi preventivamente bagnare il cannello ed il contorno del menisco concavo del liquido stesso.

L'anzidetta esperienza può eseguirsi sotto un'altra forma, per cui il fenomeno appare più spiccato. Su la faccia orizzontale di un piatto di vetro ben pulito si distenda un sottile straterello di acqua, leggermente colorata. Facendo allora cadere qualche goccia di alcole presso il centro del piatto, o meglio posando ivi una pallina di cotone inzuppata d'alcole, si scorge tosto rompersi il velo d'acqua, e ritirarsi rapidamente tutt'all'intorno, scacciato dall'alcole che si stende sulla superficie del piatto.

Questa prova riesce più saliente adoperando una pallina di cotone ben inzuppato di etere: allora l'acqua respinta verso il contorno del piatto, presenta verso l'interno un contorno rigonfio o rialzato, a guisa di anello, tanto che tratto tratto, la gravità dell'acqua soverchiando l'azione repellente dell'etere, la fa ricadere verso l'interno, ma è poi subito ricacciata dal liquido che ancora la stacca e la solleva dal piatto: e così si manifesta una specie di lotta fra i due liquidi, giacchè le opposte azioni variano di intensità tratto tratto, secondo le condizioni di forma de'rispettivi contorni.

(*a*) Talora la goccia d'alcole, e più spesso quella di etere, espandendosi rapidamente sul vetro, circonda ed avviluppa quella di acqua, la quale perciò non può sfuggire dall'interno del di lei contorno.

In quest' ultima sperienza si manifesta però evidente anche la coesione prevalente dell'acqua, poichè il velo continuo che dapprima essa formava, traforato in qualche punto dall' altro liquido che giunge a staccarlo dal vetro, per contrattilità, tenderà a raccogliersi verso il contorno esterno del velo liquido, cioè verso il contorno del piatto al quale aderisce (*a*). Tuttavia rimane dimostrato aver l'etere

(*a*) Adoperando la faccia piana di una larga lente piano-convessa, ridotta ben orizzontale e perfettamente pulita da ogni materia grassa, si può convincersi essere erronea l'opinione di coloro che vogliono attribuire il fenomeno suddescritto, esclusivamente, all' azione contrattile dell'acqua. Si ponga presso il centro di detta faccia una grossa goccia d'acqua e la si faccia distendere col mezzo d' una verghetta di vetro, così da presentare uno strato di poca grossezza, leggermente convesso ed a contorno regolare. Con un cannello di vetro si prenda una colonnetta di etere di qualche volume, e la vi si trattenga, turando col dito l' altro estremo del cannello. In tal guisa si presenti l'estremo inferiore del cannello al disopra del centro dello strato d'acqua, e già a qualche distanza si vedrà che l' impeto del vapore che spiccasi dall'etere, e che va ad urtare contro la superficie dell' acqua, la fa deprimere, e giunge talora da per sè a produrre un foro. Allora, lasciando escire poco a poco l'etere dal cannello, si vedrà allargarsi gradatamente il foro centrale per l'espansione dell' etere, che stacca dal vetro l' acqua e la ricaccia lungi, così che si allarga di molto il primitivo contorno dello strato d'acqua, e questa si rialza a formare un'anello rigonfio all' intorno dell'area centrale occupata dall'etere. Già questo distendersi dell'anello non può attribuirsi all'azione contrattile dell'acqua: ma l'insufficienza di tale azione è messa poi in evidenza quando, svaporato completamente l'etere, l'orlo interno rialzato dell' anello acqueo, obbedendo a gravità, si distende man mano verso l' interno e giunge spesso a rioccupare tutta l'area tenuta dall'etere, cioè a riformare continuo lo strato d'acqua. Ora questo ritorno dell'acqua a più estesa superficie, in opposizione alla contrattilità superficiale, mostra che a questa soltanto non può — in tal caso almeno — attribuirsi nemmanco l precedente ritiro dell'acqua dal foro centrale.

Si noti poi che l'anzidetta osservazione su la pressione esercitata in distanza dall' etere sull' acqua conforma uno dei principj fonda-

una maggiore aderenza col vetro che non l'acqua, poichè l'area interna, ove si distende l'etere, offre un velo tanto sottile da apparire iridescente, e l'acqua non ritorna a spianarsi, se non quando sia completamente svaporato l'etere.

§ 35. Che la contrattilità superficiale dei liquidi abbia intima relazione colla loro coesione emerge anche da ciò, che l'aumento di temperatura, il quale svigorisce la coesione fa pur diminuire l'azione contrattile.

Entro un cannello capillare e ben calibro, fissato coll'asse orizzontale, siasi introdotta una breve colonnetta d'un liquido poco vaporabile, cosicchè presenti due menischi concavi alle sue estremità. Questi, ritenuta l'eguale loro curvatura, eserciteranno sforzi di trazione eguali per trascinare tutto il liquido dalla propria banda, talchè si elideranno scambievolmente. Allora però, scaldando il cannello in prossimità di uno di que' menischi, si svigorirà la sua azione contrattile, per modo che la colonnetta liquida sarà strascinata dalla prevalente contrattilità dell'altro menisco ancor freddo.

Un'analogo risultato si ottiene con quest'altra esperienza. Una verghetta di vetro è disposta orizzontalmente, e verso il mezzo di essa vi si fa aderire una goccia d'olio o d'altro liquido poco vaporabile, la quale colla sua superficie convessa penderà al disotto della verghetta, ed essendo sollecitata a muoversi dalla tensione esercitantesi in tutti i punti del suo perimetro, starà in quiete per l'eguaglianza ed opposizione di codeste tensioni. Allora, scaldando la verghetta da una banda, si vedrà la goccia muoversi verso la banda opposta, dove il solido essendo più freddo anche l'azione contrattile del liquido risulta maggiore di quello che è nella parte scaldata.

Questi risultati però si potrebbero anche interpretare col supporre che la adesione fra il liquido ed il solido dimi-

---

mentali della termodinamica, che cioè i vapori si spiccano dai corrispendenti liquidi, animati da notevoli velocità di traslazione, analogamente alle molecole dei gas, i quali trovano in questo moto delle loro molecole la condizione della loro temperatura ed insieme della loro forza espansiva.

nuisca col crescere della temperatura. Ed in vero ancor ciò si può ammettere: ma devesi anco convenire che le due interpretazioni possono reggere insieme, concorrendo a produrre gli indicati movimenti tanto la diminuzione nella coesione del liquido, quanto quella dell'adesione fra liquido e solido. Se non che appar probabile che la prima di queste variazioni possa essere più sentita che la seconda, in riguardo a ciò che la dilatabilità termica del liquido prevarrà in generale a quella del solido (*a*).

§ 36. La coerenza relativa dei liquidi può altresì argomentarsi dalla varia quantità di calore, che torna necessaria per produrre un determinato aumento di volume ne' diversi liquidi, od anche per vaporizzare completamente un dato volume di essi.

Altrove (*b*) abbiamo indicato chiamarsi calorie di dilatazione di un dato corpo il numero di calorie richieste per determinare l'aumento di 0,0001 nella unità di volume del corpo stesso, ed esser quindi queste calorie $c_{,}$ determinabili mercè la relazione

$$c_{,} = \frac{c \cdot d}{10.000\alpha},$$

dove siano c le calorie di temperatura della unità di peso, d la densità relativa ed α il coefficiente di dilatazione cubica del corpo stesso. Per i corpi solidi si è trovato (*c*)

(*a*) Si riconosce la prevalente influenza della coesione anche da ciò che il moto di retrocessione della colonnetta liquida nel cannello o della goccia su la verghetta riesce più pronto e distinto anche per minori variazioni di temperatura, se il cannello o la verghetta saranno stati bagnati dal liquido anche al di là del posto tenuto dalla colonnetta o dalla goccia. Similmente può interpretarsi colla diminuita coesione del liquido il moto che presenta la bolla di una livelletta verso la parte scaldata del tubo.

D' altronde le sperienze riferite nel precedente paragrafo mostrano che l'adesione del liquido al solido non può avere molta influenza in questi altri fatti.

(*b*) Vedi *Relazioni fra alcune proprietà termiche*, ecc. Pavia 1862, pag. 21.

(*c*) *Relazioni* ecc. pag. 24 e seg.

essere queste calorie di dilatazione direttamente proporzionali alla loro coerenza relativa, cioè all'insieme di quelle proprietà fisiche che dipendono dalla coerenza, quali sono l'elasticità all'allungamento, la tenacità, la durezza, la saldezza, la refrattarietà.

Così ancora le calorie di dilatazione de' liquidi hanno relazione colla loro coesione relativa, colla loro comprimibilità, colla viscosità e colla rispettiva temperatura di ebollizione. Per i liquidi poco viscosi il coefficiente di comprimibilità è direttamente proporzionale alle calorie di dilatazione, tanto che il prodotto di questi due elementi riesce sensibilmente costante per i vari liquidi (*a*).

Nei gruppi di composti analoghi si scorge all'evidenza che le calorie di dilatazione crescono col crescere della temperatura di ebollizione: il che conferma quanto si accennava sopra in riguardo alla traspirabilità relativa dei liquidi dai cannelli capillari (pag. 38), essere cioè ne' composti analoghi la temperatura d'ebollizione correlativa alla loro viscosità (*b*).

Siccome però nei liquidi le calorie di dilatazione variano sensibilmente col mutare della temperatura, ma con varia ragione nei diversi liquidi, poichè variano colla tem-

---

(*a*) Valgano ad esempio i seguenti dati:

	cal. di dilat.	*coef. di comp.*	*prodotto*
Acido nitrico	0,0949	35,5	3,37
Terebenteno	0,0422	73,0	3,08
Alcole etilico a 7° . .	0,0418	82,8	3,46
id. metilico a 14° .	0,0388	90,2	3,49
Etere etilico a 14° . .	0,0247	140,2	3,46

(*b*) Ecco alcuni esempj:

	cal. di dilat.	*tem. d'eb.*		*cal. di dilat.*	*tem. d'eb.*
Alcole metilico	0.0408	67°	Etere etilico .	0,0258	36°
id. etilico .	0,0425	78	id. jodidr.	0,0280	70
id. amilico .	0,0498	132	id. acetico	0,0363	74
			id. ossalico	0,0470	184
Terebenteno . .	0,0422	156	Solf. di carb.	0,0266	48
Essenza di cedro	0,0130	163	Clor. di carb.	0,0322	124
Olio d'ulive . .	0,0498	310	id. di solfo	0,0361	158

peratura il coefficiente di dilatazione e le calorie di temperatura; così ancora muterà, ma con differente grado, la viscosità relativa degli stessi liquidi: talchè que' rapporti, che si potranno assegnare per la loro coerenza relativa sotto una data temperatura, saranno notevolmente modificati col mutare la temperatura stessa.

Anche le calorie di vaporizzazione dei varj liquidi sotto volumi eguali avranno una diretta relazione colla loro coerenza relativa: anzi esse avranno unicamente attinenza colla coesione, misurando il lavoro necessario a disgregare il liquido ed a espanderne le molecole (*a*). Si otteranno codeste calorie, moltiplicando le calorie di vaporizzazione della unità di peso d'ogni liquido per la sua densità relativa. Ancor qui però, variando codeste calorie col mutare della temperatura sotto la quale si determina la ebollizione, varierà del pari la coerenza relativa dei singoli liquidi (*b*). Nella pagina seguente esponiamo di confronto le calorie di vaporizzazione a peso ed a volume di varj liquidi colle corrispondenti temperature d'ebollizione sotto la pressione di un' atmosfera.

(*a*) Vedi *Relazioni* ecc. pag. 77.

(*b*) Per esempio, secondo i dati di Regnault le calorie di vaporizzazione dell' unità di volume dell' acqua diminuiscono notevolmente coll'aumentare della temperatura, e più ancora diminuiscono le residue calorie di coesione del liquido, le quali si ottengono sottraendo dalle calorie di vaporizzazione del liquido stesso le calorie di espansione del vapore contro l'esterna pressione (*Relazioni* ecc. pag. 86). Eccone alcuni valori:

Temperatura	*Calorie di vapor.*	*Calorie d'espans.*	*Calorie di coes.*
0°	605,5	30,3	575,1
80	535,1	38,1	496,9
160	446,9	43,4	405,3

	Densità	Calorie di vaporiz.		Temperatura di ebolliz.
		a peso	a volume	
Mercurio . . .	13,596	77,5	988,7	350,0
Acqua	0,9999	536,5	514,1	100,0
Alcole metilico .	0,821	263,9	200,5	60,0
Acido solforoso .	1,491	94,6	138,0	—8,0
Alcole etilico. . .	0,815	208,9	156,5	78,4
Solfuro di carbonio	1,293	—	93,9	48,0
Alcole amilico .	0,827	121,4	88,9	132,0
Cloroformio . .	1,514	77,0	88,5	63,0
Etere acetico. .	0,907	105,8	86,6	115,9
id. etilico . .	0,739	91,1	63,7	35,5
Terebenteno . .	0,870	68,7	58,8	156,0

§ 37. Sin da principio (§ 4) abbiamo indicato essere i liquidi più comprimibili che i solidi per azioni meccaniche, del pari che essi appajono più dilatabili per aumento di temperatura. Il che rivela il continuo intervento del moto termico molecolare, in opposizione alla gravitazione molecolare, nel determinare lo stato di densità e quindi la rispettiva distanza delle molecole quand' esso è ad una determinata temperatura e risente una determinata pressione, sia per la propria gravità, sia per esterne azioni meccaniche. Non sarebbe quindi necessario l' arrecare qui speciali dimostrazioni della comprimibilità dei liquidi, se

non se ne potesse cavare qualche altra utile nozione su le proprietà fisiche dei liquidi.

Dopo che gli Accademici del Cimento non erano riesciti a mettere in evidenza sperimentalmente la comprimibilità dei liquidi, fu l'inglese Canton che nel 1761 giunse a dare un elegante dimostrazione di quel fatto, riducendo anche a misura ciò che diremo il *coefficiente di comprimibilità* di un liquido, ossia la diminuzione di volume provata dall'unità di volume del liquido per l'aumento di una atmosfera nella pressione (*a*). Trovò egli essere l'alcole e l'olio d'ulive più comprimibili dell'acqua, e presentare anche un aumento nella comprimibilità col crescere della temperatura; laddove l'acqua, in pari condizioni, accennava una diminuzione.

Anche Oersted nel 1823 si occupò di questo argomento, adoperando un particolare apparecchio da lui chiamato *piezometro*, e che fu perfezionato da Despretz. Il liquido da comprimersi è contenuto in un serbatojo di vetro piuttosto capace, cui sta unito un cannello, diviso in parti la cui capacità ha un noto rapporto con quella del serbatojo. Esso è posto, insieme con un tubo manometrico ad aria, entro un vaso di vetro a pareti molto robuste, nel cui fondo siasi versato uno strato di mercurio, il quale, penetrando per l'apertura del cannello piezometrico che starà volta all'ingiù, serve ad indicare il limite del volume apparente del liquido rinchiuso, e, penetrando nel tubo manometrico, accenna l'incremento nella pressione. Il vaso è empito nel resto di acqua, insino alla base di un em-

(*a*) Egli riempiva del proposto liquido un pallone di vetro con annesso un tubo, diviso in parti di eguale capacità ed aventi un noto rapporto colla totale capacità del pallone; faceva bollire il liquido per espellere l'aria dal pallone, fondendo l'estremo affilato del tubo, mentre durava l'ebollizione; disponeva il pallone sotto appropriata campana della macchina pneumatica, così che il tubo ne emergesse attraverso un tappo a tenuta di gas, ed osservava le variazioni nella posizione della sommità della colonnetta liquida nel tubo, secondo che rarefaceva o condensava l'aria sotto la campana, oppure, rompendo l'estremo del tubo, apriva adito all'aria atmosferica verso l'interno del pallone.

bolo che scorre in un corpo di tromba, stabilmente congiunto colla parte superiore del vaso stesso. Abbassando poi l' embolo, col girare di una vite con esso congiunta, si provoca un eguale aumento di pressione e sull' acqua esterna al serbatojo e sul liquido in esso contenuta, aumento che è misurato dal manometro. Vuolsi però notare che il serbatojo, benchè egualmente premuto sulle sue pareti, interna ed esterna, presenterà una diminuzione di capacità, in riguardo all'eccesso della superficie esterna rispetto alla interna, e quindi in riguardo alla grossezza ed alla figura delle sue pareti. A perturbare poi il risultato concorrono le variazioni di temperatura che accadono durante l'esperienza, le quali, mutando con ben diverso rapporto il volume reale del liquido e la capacità del serbatojo, fanno variare il volume apparente del liquido stesso.

Pertanto il piezometro di Oersted non risponde con sufficiente precisione alla indicata determinazione. Soddisfa invece alle volute condizioni il piezometro di Regnault, mediante il quale si può determinare, con dirette esperienze non solo il coefficente della comprimibilità apparente, del liquido, ma ancora il coefficiente della comprimibilità propria del serbatojo, così da dedursene il coefficiente della comprimibilità reale del liquido stesso; avendosi modo di produrre l' incremento nella pressione ora soltanto sull'interno del serbatojo, ora soltanto sull'esterno di esso, ed ora su tutt'e due le superfici, e potendosi tener costante per non breve tempo la temperatura del liquido assoggettato alle prove. Con codesto apparecchio il Regnault potè appunto verificare che, mutando la natura del solido costituente il serbatojo (vetro, rame ed ottone) e la figura di esso, muta sensibilmente il coefficiente di comprimibilità apparente di uno stesso liquido.

Approfittando di questo apparecchio del Regnault, il Grassi istituì molte esperienze su la comprimibilità dei liquidi, che lo condussero alle seguenti conseguenze:

a) Mantenendo costante la temperatura, la comprimibilità dell' acqua appare proporzionale alla pressione, non essendosi avute sensibili differenze nel coefficiente di comprimibilità, col variare la pressione iniziale da uno sino a nove atmosfere. L' acqua distillata e priva di aria

ha un coefficiente un po' maggiore di quello dell' acqua contenente aria nelle consuete condizioni. La comprimibilità dell'acqua diminuisce coll'aumentare della sua temperatura, laddove la comprimibilità del serbatojo (in vetro od in cristallo) aumenta alcun po' colla temperatura.

b) Gli altri liquidi si comportano per più riguardi diversamente dall' acqua. In quelli che sono di essa più comprimibili (e più dilatabili pel calore) il coefficiente della compressione aumenta sensibilmente coll' aumentare della pressione. Anche aumentando la temperatura cresce notevolmente la comprimibilità, analogamente a quanto trovò Canton.

c) Adoperando poi soluzioni di sali o di acidi nell'acqua, il Grassi trovò che il coefficiente di comprimibilità non muta col mutare della pressione iniziale, almeno nei limiti accennati sopra per l'acqua. Il coefficiente di compressione di queste soluzioni è però sempre minore di quello dell' acqua pura, e per uno stesso corpo disciolto la differenza in meno aumenta colla sua quantità: ma da una ad altra soluzione non iscorgesi rapporto tra le rispettive densità e comprimibilità. Anche in queste soluzioni la comprimibilità aumenta colla temperatura, in opposizione a quanto fa l' acqua, ed in accordo a quanto fanno gli altri liquidi.

A dare una più concreta idea di questi fatti esponiamo qui di seguito molti dei valori trovati da Grassi nelle preaccennate esperienze. Il coefficiente di comprimibilità d'ogni liquido vien espresso in milionesime parti del volume primitivo.

	temp.	*coef. di com.*		*temp.*	*coef. di com.*
Acqua	0°,0	50,3	Acido solf.° + 2HO	13,6	24,2
id.	4,1	49,9	id. + 3HO	14,6	25,0
id.	10,8	48,0	id. + 4HO	16,5	27,1
id.	13,4	47,7	id. + 5HO	14,7	27,9
id.	18,0	46,3	id. + 6HO	14,2	28,3
id.	25,0	45,6	id. + 10HO	14,6	31,5
id.	34,5	45,3	Acqua di mare . . .	17,5	43,7
id.	43,0	44,2	id. id. . . .	20,0	46,7
id.	53,0	44,1			

Liquidi	*temperat.*	*pressione*	*coeffic. di compr.*
Etere etilico .	0,0°	3,408	111,6
id. .	0,0	7,820	130,9
id. .	14,0	1,580	140,2
id. .	13,8	8,362	152,7
Alcole etilico .	7,3	2,302	82,8
id. .	7,3	9,450	85,4
id. .	13,1	1,570	90,4
id. .	13,1	8,970	99,1
Alcole metilico .	13,5	....	91,3
Cloroformio .	8,5	....	62,5
id. .	12,0	1,309	64,8
id. .	12,5	9,200	76,3

Soluzione	*temper.*	*densità*	*coeffic. di compr.*
Cloruro calcico N. 1 .	17,5°	1,218	30,6
id. id. » 2 .	15,8	1,417	20,6
id. id. » 2 .	41,3	1,329	22,9
Cloruro sodico N. 1 .	18,5	1,1256	32,1
id. id. » 2 .	18,1	1,2024	25,7
id. id. » 2 .	39,6	1,188	26,3
Joduro potassico . . .	15,5	1,694	26,0
Nitrato sodico	18,1	1,203	29,5
Carbonato sodico . .	16,6	1,182	29,7

È specialmente degno di considerazione il fatto che comprimibilità dell'acqua diminuisca quando in essa diminuisce e la densità e la coesione, cioè quando se ne aumenta la temperatura. Codesto fatto però venne riconosciuto anche da Wertheim, il quale facendo vibrare entro tubi sonori l'acqua della Senna a differenti temperature, ottenne suoni mano mano più acuti coll'aumentarne la temperatura, il che accenna, come vedremo tra poco, dover con ciò diminuire il coefficiente della comprimibilità del liquido. Tuttavia il Macquorn-Ranckine trovò che codesto fatto può rappresentarsi con una formola molto semplice, la

quale significa che la comprimibilità dell' acqua è inversamente proporzionale alla sua densità, moltiplicata per la temperatura, computata questa dallo 0° assoluto. Epperò l' acqua, sotto questo aspetto, presenterebbe un analogia coi gas.

Ma d' altra parte è ben rimarchevole che la diluzione nell' acqua di non molta quantità d'un sale o d' un acido valga ad invertire questa legge, cioè a farne crescere la comprimibilità coll'aumentare della temperatura. Il che dimostra come un sistema di molecole di data natura possa venire profondamente modificato nelle sue proprietà fisiche dalla intromissione di molecole, anche in iscarso numero, d' altra natura, sebbene tra queste due forme di molecole non avvenga una combinazione in proporzioni definite. Anche per questo lato devesi adunque ritenere che la soluzione di alcuni corpi entro dati liquidi implichi sempre l' esercizio di ciò che comunemente si chiama affinità, e che accenna una perturbazione intestina, correlativa al diverso modo di costituzione dei gruppi molecolari e più alla diversa velocità termica propria a ciascuno di essi: per modo che due diversi corpi, cioè due diversi sistemi molecolari non possono coesistere senza modificarsi reciprocamente nelle loro condizioni dinamiche. Ed infatti le soluzioni, come abbiam veduto altrove (*a*), sono sempre accompagnate da variazioni nel volume e da perturbazioni termiche.

Confrontando i coefficienti di comprimibilità dei varj liquidi (pagina 60 e 61) colle rispettive calorie di dilatazione (pagina 55) si rilevano non poche discrepanze. Se il calore, nell' aumentare la temperatura de' corpi, avesse soltanto a vincere la resistenza della gravitazione molecolare, ossia la resistenza di coesione, producendo solo un aumento nelle rispettive distanze delle molecole, e se veramente il calore va considerato come un energia meccanica, le calorie di dilatazione esser dovrebbero direttamente proporzionali ai rispettivi coefficienti di compressione, i quali misurano effettivamente lo sforzo meccanico necessario a produrre un dato avvicinamento delle mole-

(*a*) Vedi *Lezioni su l'elasticità* § 34.

cole stesse. Che, se invece la dilatazione termica dei corpi implica talora anche una modificazione nell' aspetto relativo delle molecole, dovranno le calorie di dilatazione di tali corpi risultare proporzionatamente maggiori de' rispettivi coefficienti di compressione. Laonde le accennate discrepanze ci potranno giovare per riconoscere que' liquidi ne' quali la viscosità è più distinta, e per farcene anche apprezzare il valore relativo.

Ma quì dobbiamo avvertire che coi vocaboli viscosità e forza d'orientazione molecolare, comunemente adoperati non si porge nessuna dichiarazione di una effettiva resistenza. In questo caso, come in ogni altro fatto meccanico o fisico, una resistenza opposta ad una forza motrice non può essere altro che la manifestazione di una forza viva. Sta bene che ne' gruppi molecolari o nelle molecole dei corpi si immaginino alcuni particolari direzioni chiamate *assi;* ma quando si dice che questi assi si influenzano scambievolmente, tendendo a disporsi in un particolar modo, tanto da opporre resistenza a tutto che operi per modificare questa disposizione, si lascia ancora completamente nel vago come sorga codesta tendenza, e quindi non si dà alcuna soda ragione della resistenza predetta. Ora, giovandoci di un ingegnoso concetto del Secchi (*a*), potremo invece supporre che ne' gruppi molecolari o nelle molecole dei liquidi, che diciam viscosi, in quanto le loro particelle si mostrano restie allo scorrere dell' une su l' altre, sussista un moto di rotazione attorno un'asse di figura del gruppo o della molecola. Ciò basterebbe per ispiegare il fatto della viscosità.

Poichè, in seguito alle dimostrazioni sperimentali di Foucault, di Bohneuberger e specialmente di Sire, è noto che, avendosi un sistema, nel quale alcune parti almeno sono dotate d' un moto rotatorio, e supposto che per azioni estrinseche codesti moti si facciano intorno ad assi variamente inclinati tra loro e diretti anche in verso non concorde tra loro, in breve, acquisteranno tutte tal disposizione, da essere paralleli tra loro gli assi di rotazione e da ruotare tutte nel medesimo verso. Ed in allora esse

---

(*a*) Secchi, *L'unità delle forze fisiche,* in più luoghi.

manifesteranno una resistenza alle azioni esterne che tendessero a modificare codesta disposizione, resistenza che sarà tanto più energica quanto maggiore sarà la velocità di rotazione delle parti stesse. Una siffatta tendenza alla concordanza ed al parallelismo della rotazione può riescire tanto efficace, come mostrò Sire (a), da elidere gli effetti di alcune delle maggiori energie fisiche, quali sono la gravità e la forza centrifuga.

Ebbene, nella premessa supposizione d' un moto rotatorio nelle particelle di un liquido, di necessità s' avrà in esse una condizione di stabilità quando i singoli moti rotatorj siano tra loro paralelli e concordi, e s'avrà una resistenza effettiva contro lo scorrere delle une sovra le altre. Codesta deduzione da un principio meccanico mi pare così fondata, che essendoci dimostrata dalle sperienze la viscosità ne' liquidi, ne argomento che in questi sussister devono de' moti rotatorj. S' avrebbe con ciò una novella dimostrazione sperimentale di que' moti intestini che si ammettono ne'corpi in correlazione alla loro temperatura.

§ 38. Abbiamo poco sopra indicato che la comprimibilità relativa d'un liquido può desumersi dalla velocità di propagazione del suono entro di esso.

Infatti, secondo Laplace, la velocità v di propagazione delle onde sonore in un liquido può esprimersi colla relazione:

$$\frac{v^2}{g}=\frac{1}{a}, \qquad (1)$$

dove g sia l'accelerazione di gravità, ed a l'accorciamento che prova un cilindro dello stesso liquido avente l' unità di lunghezza, disposto orizzontalmente e contenuto in un tubo supposto inestensibile, per una pressione equivalente al suo proprio peso. Ora, posto d il peso di un decimetro cubo del liquido, e c' il suo coefficiente di compressione in milionesimi del volume primitivo per l' incremento di un atmosfera nella pressione, si avrà dalla (1) la

$$\frac{v^2}{g}=10.333.000\,\frac{1}{d.c'}, \qquad (2)$$

(a) Vedi *Archives des Sciences Naturelles de Génève*, Mars 1852.

la quale dice che la detta velocità sarà in ragione reciproca composta della densità e della comprimibilità del liquido.

Ma, d'altronde codesta velocità v può sperimentalmente determinarsi mercè la relazione:

$$v = n \cdot l, \qquad (3)$$

nella quale sia l la lunghezza di una colonna liquida contenuta in un tubo, ed n il numero delle vibrazioni da essa fatte in 1″ quando vibra producendo il suono fondamentale, cioè quando vibra in tutta la sua lunghezza, senza dividersi in *nodi*, talchè questa sua lunghezza corrisponda alla lunghezza di un onda sonora. Allora, introducendo codesto valore di v nella (2), e risolvendola rispetto a c', si può riconoscere se il valore così calcolato della comprimibilità corrisponda a quello determinato direttamente col piezometro.

Ora il Wertheim, eseguendo accurate sperienze, riconobbe che i valori di v dati dalla (3) e dedotti dalle sperienze su le vibrazioni sonore, come s'è qui detto, riescono minori di quelli dati dalla (2) e dedotti dalle sperienze su la comprimibilità dei liquidi, secondo il rapporto di $1 : \sqrt{\frac{3}{2}}$. E nello stesso rapporto si trovarono per l'acqua minori i valori della (3) rispetto ai diretti valori ottenuti da Colladon e Sturm su la velocità del suono nell'acque del lago di Ginevra (*a*). Cosicchè si può argomentare, come osserva Wertheim, che le onde sonore propagandosi in una massa liquida indefinita — come può tenersi quella d'un vasto e profondo lago, — seguono una

(*a*) Colladon e Sturm, sperimentando con opportuni apparecchi su la propagazione del suono, trovarono la velocità di met. 1434,6 essendo l'acqua del lago ad 8°. Questo risultamento s'accorda pienamente coi valori calcolati colla (2) in base alle sperienze di Grassi su la comprimibilità dell'acqua, poichè queste darebbero per l'acqua a 4° met. 1425, e per l'acqua a 10°.8 met. 1452,6, fra i quali valori sta appunto compreso il predetto, come sta compresa tra queste due temperature la suindicata.

legge differente da quella che si verifica per la propagazione dell' onde sonore in un tubo ristretto (*a*). Fatto è poi che i coefficienti di pressione calcolati con tale avvedimento colle (3) e (2) risultano in mirabile accordo con quelli trovati direttamente da Grassi, come emerge dal seguente specchio che porge i risultati delle predette sperienze di Wertheim.

	temperat.	*densità*	*vel. del suono*	*coef. di com.*
Acqua della Senna .	15°,0	0,9996	1437,1	49,1
idem .	30,0	0,9963	1528,5	43,3
idem .	40,0	0,9931	1622,5	38,8
idem .	50,0	0,9893	1652,2	37,5
idem .	60,0	0,9841	1724,7	34,6
Acqua di mare . . .	20,0	0,0264	1453,8	46,7
Cloruro calcico . . .	22,5	1,4332	1979,6	18,1
id. sodico . . .	18,0	1,1920	1561,6	34,9
Carbonato sodico . .	22,2	1,1828	1594,4	33,7
Azotato sodico . . .	20,9	1,2066	1669,9	30,1
Solfato sodico . . .	20,0	1,1089	1525.1	39,3
idem . . .	18,8	1,1602	1583,5	34,8
Etere solforico . . .	0,0	0,7529	1159,0	100,2
Alcole etilico	23,0	0,7960	1159,8	94,7
Alcole a 36°	20,0	0,8362	1285,9	73,3
Terebenteno	24,0	0,8622	1212,3	80,0

È notevole che la velocità di propagazione del suono ne' precedenti liquidi non differisce molto dall'uno all'altro, sebbene siano non poco diverse le comprimibilità dei li-

(*a*) Pertanto, nell' interno d' un angusto tubo, un liquido più non seguirebbe il principio di Pascal, dell'eguale trasmissione delle pressioni in qualsiasi direzione, verificandosi invece le compressioni e le espansioni elastiche solo nel senso della propagazione dell' onda sonora, appunto come succede in un cilindro solido. Questo fatto merita molta attenzione, anche in riguardo a certe dottrine di idraulica.

quidi stessi; il che proviene dall' essere codesta velocità, come si è visto sopra nella equazione (2) inversamente proporzionale al prodotto della densità per la comprimibilità, e dall'essere poi ne'diversi liquidi la comprimibilità, all'incirca inversamente proporzionale alla densità.

È pure da avvertire che nei liquidi sovradetti la velocità di propagazione del suono è da quattro a cinque volte maggiore che nol sia nell'aria atmosferica, sebbene la loro densità sia di tanto maggiore. Sotto un tale aspetto può dirsi che, se i fluidi aeriformi sono più distintamente comprimibili de' fluidi liquidi, questi poi assai più prestamente trasmettono la compressione da una ad altra parte. Però nei fluidi liquidi la velocità di propagazione delle vibrazioni elastiche risulta molto minore che nei solidi, appunto perchè questi sono ancor meno comprimibili dei liquidi. Ad esempio, nel ferro la velocità delle onde sonore è circa quattro volte quella dell'acqua, ossia quindici volte quella dell'aria.

§ 39. Le precedenti sperienze e considerazioni intorno alle condizioni fisiche della coerenza e della elasticità nei liquidi dimostrano bensì essere l' idrostatica un ramo di scienza ancor lontano dal potersi trattare dottrinalmente, troppo complessi ed indeterminati essendone gli elementi: ma giovano intanto ad accennare per quali vie essa debba mettersi, onde raggiungere più sicuramente quella meta. Un accurato studio su l' influenza della temperatura nei fenomeni di elevazione e di traspirazione dei liquidi nei cannelli capillari, su le calorie di dilatazione e di vaporizzazione a differenti temperature, e su la comprimibilità dei liquidi sotto pressioni e temperature diverse, conducendoci a più chiare nozioni su le loro forze molecolari, varrà a dare più sicure basi alla idrostatica. Ad ogni modo non si dovrà trascurare la considerazione dello stato dinamico molecolare nei liquidi, siccome noi abbiamo procurato di fare in questo saggio.

APPENDICE

DEL PESO SPECIFICO

dei corpi solidi e liquidi

Come abbiamo accennato a pag. 35, il principio d'Archimede serve di base a non pochi dei mezzi che s'impiegano per determinare il peso specifico dei corpi, dei quali vogliam qui dire più particolarmente.

§ 40. Chiamandosi *peso specifico* relativo di un corpo il rapporto fra il peso relativo di un dato volume del medesimo a 0° ed il peso relativo di un egual volume d'acqua a 4°, può quest'ultimo venir determinato mercè la pressione che l'acqua esercita su di un solido in essa sommerso, oppure mercè la pressione che esercita un solido sull'acqua entro cui vien sommerso.

Così per la determinazione del peso specifico dei solidi si possono usare i seguenti mezzi: la bilancia idrostatica, la bilancia comune, la boccetta e l'areometro di Nicholson.

§ 41. Colla bilancia idrostatica converrà dapprima misurare il peso relativo del solido proposto, quale esso appare nell'aria; e di poi il peso di un egual volume di acqua quando, sorretto da un sottil filo al guscio della bilancia, lo si fa sommergere nell'acqua, ponendo sul guscio stesso i pesi voluti per ricondurre la bilancia all'equilibrio, lasciati ancora sull'altro guscio i pesi che già vi si eran posti.

Se non fosse l'influenza dell'aria, il rapporto tra i due pesi così determinati darebbe direttamente il peso specifico cercato; fuorchè lo si dovrebbe moltiplicare per la densità dell'acqua, quando la temperatura di essa diffe-

risse da 4°. Ma, volendo tener conto della predetta influenza, il problema appare, a prima giunta, indeterminato, poichè, per avere il peso reale del solido, converrebbe conoscerne il volume, il quale ci è dato solo per approssimazione colla seconda pesata. Il problema però si rende solubile con sufficiente precisione, usando il metodo delle approssimazioni successive (a).

È inutile ripetere che ancor qui valgono le cautele accennate sopra (pag. 31-32) relativamente all'ovviare alla solubilità od alla permeabilità del solido, al togliere ogni bolla d'aria ad esso aderente, al tener conto del filo adoperato per sostenerlo quand' è sommerso, al determinare con esattezza la temperatura dello strato d'acqua nel quale esso nuota, ed al far conto della pressione atmosferica sui pesi di misura.

(a) Siano p_s il peso reale del solido; p i pesi posti su l'un guscio per equilibrare il peso apparente del solido nell'aria; $p_{,}$ i pesi posti sull'altro guscio, da cui pende il solido, per rimettere in equilibrio la bilancia, quando esso è tutto sommerso nell' acqua avente la temperatura t; $v_{,}$ il volume del solido alla stessa temperatura; a il peso dell'unità di volume dell'aria ambiente; $d_{,}$ e $d_{,,}$ le densità del solido e dell'acqua alla temperatura t, e π il peso specifico del metallo di che son formati i pesi di misura.

Si avrà una prima equazione, eguagliando fra loro gli sforzi esercitantisi su i due bracci del flagello, quali sono il peso apparente del solido ed il peso apparente dei pesi p il che dà:

$$(1) \qquad p_s - av_{,} = p\left(1 - \frac{a}{\pi}\right);$$

ed una seconda equazione è data similmente nella seconda pesata, cioè:

$$(2) \qquad p_s - d_{,,}\, v_{,} + p_{,}\left(1 - \frac{a}{\pi}\right) = p\left(1 - \frac{a}{\pi}\right).$$

Un primo valore approssimato di $v_{,}$ si avrà assumendo $p_{,} = v_{,}\, d_{,,}$ che posto nella (1), darà un valore approssimato di p_s, il quale, posto nella (2), darà un valore più approssimato di $v_{,}$. Ove occorra una maggiore approssimazione, si potrà introdurre questo secondo

§ 42. Qualora non si possa disporre d' una bilancia idrostatica, si potrà usare per queste determinazioni anche una bilancia comune, purchè sia riconosciuta giusta, oppure la si usi col metodo della doppia pesata.

Dopo d' avere, come dianzi, determinato il peso apparente del solido nell'aria, lo si sospenderà, all'infuori della bilancia, sulla quale si sarà equilibrato con opportuna tara il peso apparente di una tazza contenente acqua; ed in questa facendo poi sommergere il solido, in un modo analogo a quello dichiarato a pag. 28 e 29, si avrà la risultante delle pressioni da esso esercitate sul liquido, e quindi il peso di un volume d' acqua eguale a quello del solido, il cui peso rimane intanto sorretto dal filo che lo collega coll'esterno sostegno. Nel resto si useranno le stesse norme poc'anzi indicate pel caso della bilancia idrostatica (*a*).

---

valore di $v_,$ nella (1), la quale darà p_s più approssimato, e quindi colla (2) un terzo valore di $v_,$.

Allora s' avrà:

$$d_, = \frac{p_s}{v_, \, d_{,,}},$$

e quindi la densità d del solido ed il suo volume v alla temperatura 0° s' avranno dalle:

$$d = d_, \, (1 + \alpha_, \, t), \text{ e } v_, = v \, (1 + \alpha_, \, t),$$

posto $\alpha_,$ il coefficiente di dilatazione cubica del solido stesso.

Nelle precedenti formole si prenderanno per a i valori dati dalla tavola esposta a pag. 34, secondo le particolari condizioni di temperatura e di pressione dell'aria in ogni caso.

(*a*) Ritenute le notazioni poste nella nota precedente, varrà ancora la equazione (1). La (2) invece si ridurrà a

$$v_, \, d_{,,} = p_, \left(1 - \frac{a}{\pi}\right),$$

posto $p_,$ i pesi da collocarsi sull'altro guscio, per rimettere in bilico il flagello, quando il solido stia tutto sommerso nell' acqua di detta tazza. In questo caso la (2) farà direttamente conoscere $v_,$, e quindi la (1) darà p_s; procedendo nel resto come si disse nella nota precedente.

§ 43. Il peso specifico di un solido di poco volume, e meglio di que' solidi che si ponno avere solo in frammenti od in piccoli cristalli, siccome accade per molti minerali, può determinarsi col metodo della boccetta. È questa formata in vetro con collo piuttosto ampio e corto, in cui si adatta un tappo bucato pure di vetro, a perfetta tenuta di liquido, mercè un' accurato lavoro a smeriglio, e munito di un sottile cannello, che inferiormente comunica col cavo della boccetta, e porta superiormente un'allargamento aperto a guisa di piccolo imbuto. Si dovrà anzi tutto determinare con precisione la capacità di questa boccetta, compreso il vano del cannello; al quale scopo, empitala di acqua distillata, e postala in un bagno d' acqua a temperatura assai prossima a 4°, si asporterà con carta emporetica l' acqua che allora sopravanzerà nell' imbutino superiore. Conoscendo il peso dell' acqua così contenuta ad una temperatura ben determinata, colle norme sovradette si avrà la misura della capienza della boccetta a qualsiasi temperatura, ove si conosca ancora il coefficiente di dilatazione del vetro ond'è costituito.

Ciò premesso si determinerà, come addietro, il peso apparente del solido nell'aria (varrà per questo una bilancia comune); poi, lasciato sullo stesso guscio il solido e sull' altro i pesi che lo equilibravano, si collochi altresì sul primo la boccetta empita d'acqua anche nel vano del cannello e per bene asciugata, collocando sull'altro guscio altri pesi che diano ancora l'equilibrio. Di poi, aperta la boccetta, introdotto in essa il solido, e chiusala di nuovo, sicchè rimanga ancor piena d' acqua fino all'estremo superiore del cannello, senza che siavi inchiusa niuna bolla d' aria, si aggiungeranno sul guscio stesso, ov'è la boccetta, altri pesi per riequilibrare la bilancia. Questi ultimi faranno conoscere approssimativamente il peso d' un volume d' acqua eguale a quello del solido (*a*).

(*a*) Ritenute anche qui nel resto le precedenti annotazioni, siano $p_{,}$ e $p_{,,}$ i pesi convenzionali corrispondenti al peso apparente nell'aria della boccetta piena d'acqua, oppure col volume d'acqua che in un col solido la riempie. Le condizioni di equilibrio nelle tre

successive pesate saranno espresse dalle:

$$(1) \qquad p_s - av_{,} = p\left(1 - \frac{a}{\pi}\right),$$

$$(2) \qquad p_s + p_b + p_a - av_{,} - av_b = \left(p + p_{,}\right)\left(1 - \frac{a}{\pi}\right) \text{ e}$$

$$(3) \qquad p_s + p_b + p'_a - av_b = \left(p + p_{,,}\right)\left(1 - \frac{a}{\pi}\right),$$

posti p_b p_a e p'_a i pesi reali della boccetta, dell'acqua che la riempie da sola e dell'acqua che la riempie quando vi stia entro anche il solido, e v_b la capacità della boccetta alla temperatura t. I valori di p_b v_b e p_a ponno determinarsi con preventive sperienze, fatte coi metodi già esposti. Mercè poi il coefficiente $\alpha_{,,}$ di dilatazione cubica del vetro, ed i valori di $d_{,,}$ dati dalla tavola a pag. 35, si potranno avere i valori di p_a e v_b per qualsiasi temperatura, una volta determinata la capacità v_{b^o} alla temperatura 0°, mediante le

$$v_b = v_{b^o}\,(1 + \alpha_{,,}\,t),$$

$$p_a = v_b{}^o\,(1 + \alpha_{,,}\,t)\,d_{,,}.$$

Dapprima, ritenuto $v_{,} = \dfrac{p_{,} - p_{,,}}{d_{,,}}$, e posto un tal valore nella (1), si trae p_s, che, posto nella (2), darà $v_{,}$ meglio approssimato, il quale poi potrà porsi, volendo, ancora nella (1).

Nelle precedenti tre equazioni si lasciarono esposti tutti gli elementi d'ogni prova sperimentale, senza riduzione o semplificazione, poichè, dall'una all'altra, la temperatura del liquido potendo variare sensibilmente, bisognerà in ogni atto assumere per v, v_b $d_{,,}$ e p_a i convenienti valori.

Il che rivela un' imperfezione di questo metodo a confronto dei precedenti. Oltre che in questo sono maggiori le fonti d'errore, perchè maggiore è il numero delle quantità da determinare, e perchè la bilancia, nella seconda e terza pesata, viene ad essere caricata dell'inutile peso della boccetta e dell'acqua contenutavi.

È un galleggiante il quale, stando sommerso con un costante volume nell' acqua, permette di determinare la differenza nel peso apparente di un corpo, secondo che questo è nell' aria o nell' acqua. Consiste in un cilindro cavo di metallo, alle cui basi sono applicate le basi, d'egual raggio, di due coni retti: al vertice del cono superiore è unita una sottile ma rigida asticina, portante una capsula metallica su la quale si possono porre de'pesi, e su l'asticina è segnato una lineetta, chiamata *punto d'affioramento*, che risponde al limite d' immersione dello stromento. Il vertice del cono inferiore, per mezzo d' un uncino porta una capsula tanto pesante che, stando l'areometro nell'acqua, il centro di gravità del galleggiante riesca inferiore al centro di pressione della parte sommersa del sistema stesso. E d'altra parte il volume dello stromento dev' esser tale che, ponendolo nell' acqua, senza carico sulla capsula superiore, esso emerga con tal parte del cono superiore, il cui volume corrisponda almeno a trenta o quaranta centimetri cubi, poichè allora, per far *affiorare* lo stromento, cioè per farlo sommergere fino al punto d' affioramento segnato sull' asticina, si potrà collocare sulla capsula superiore un peso da trenta a quaranta grammi.

Perciò questo strumento potrà primamente servire a determinare il peso di un corpo, mediante la differenza tra il peso che si dovrà collocare sulla capsula onde lo strumento affiori da solo, e quello che vi si dovrà porre perchè ciò accada quando sulla capsula stessa si ponga un corpo, il cui peso apparente dovrà però essere minore dell'anzidetto. Allora poi, immergendo codesto corpo nell'acqua e posandolo sulla capsula inferiore, si potrà determinare il suo peso apparente nell'acqua, caricando la capsula superiore di tal'altro peso, che faccia di nuovo affiorare lo strumento, mercè la differenza tra quest' ultimo peso e quello che si era posto sulla capsula in secondo luogo, quando cioè il solido stava fuori nell'aria; e così s'avrà anche la misura del peso specifico del corpo stesso (*a*).

(*a*) Ritenute nel resto le precedenti notazioni, e posto P il peso reale dell'areometro, il cui volume a 0° sia v_a, ed alla temperatura t sia v'_a; p i pesi da porsi sulla capsula perchè lo strumento affiori

Sebbene codesto areometro abbia una forma più semplice e comoda d' una bilancia, le preindicate determinazioni non possono aversi con quel grado di approssimazione di che è suscettibile il metodo della bilancia idrostatica. La difficoltà di togliere alcune bollicine gassose che aderiscono alla superficie bagnata dello strumento e del solido quand' è sommerso, massime se la temperatura del liquido è in via d' aumento, e più ancora la difficoltà di determinare con approssimazione la media temperatura dell'acqua nell'insieme degli strati ne'quali si protende la parte sommersa dell' areometro, nell' atto stesso in cui si

---

da solo, $p_{,}$ i pesi da aggiungersi al peso p_s del solido posto sulla stessa capsula, onde avere l'affioramento, e $p_{,,}$ i pesi da porvisi quando il solido, posto sulla capsula inferiore, è immerso nell' acqua, si avranno, successivamente nelle tre prove, ad esprimere la condizione d'equilibrio del galleggiante, le equazioni:

$$(1) \qquad p + P = v'_a \, d_{,,} + p \, \frac{a}{\pi} \, ,$$

$$(2) \qquad p_{,} + P + p_s = v'_a \, d_{,,} + p_{,} \, \frac{a}{\pi} + a v_{,} \, , \text{ e}$$

$$(3) \qquad p_{,,} + P + p_s = v'_a \, d_{,,} + p_{,,} \, \frac{a}{\pi} + v_{,} \, d_{,,} \, .$$

Il peso reale P ed il volume a 0° v_a dello strumento potranno essere preventivamente determinati col metodo della bilancia idrostatica, tantochè poi li si potranno assumere per tutte le successive applicazioni, essendo $v'_a = \frac{v_a}{1 + \alpha_{,,,} t}$, ritenuto $\alpha_{,,,}$ il coefficente di dilatazione cubica del metallo o del vetro onde è costituito l'areometro e t la temperatura dell'acqua in cui esso è immerso.

Allora si potranno usare le tre precedenti equazioni, onde avere valori successivamente più approssimati di $v_{,}$ e di p_s; osservando che per una prima approssimazione si potrà assumere $v_{,} = \frac{p_{,,} - p_{,}}{d_{,}}$, e che le (1) e (2) sono collegate dalla $\left(p - p_{,}\right)\left(1 - \frac{a}{\pi}\right) = p_s - a v_{,}$.

applicano gli ultimi pesi che riducono l'areometro all' affioramento, rendono assai incerto il complessivo risultato.

E perchè poi lo strumento riesca sensibile, conviene che il cono superiore abbia al vertice un angolo piuttosto acuto, e più ancora importa che sia sottile l'asticina su cui è segnato il punto d'affioramento, nel mentre dev' essere abbastanza rigida da reggere ai pesi che si collocano sulla capsula superiore. Conviene sopratutto badare che il punto d' affioramento riesca a livello del liquido esterno, giacchè per capillarità può formarsi presso di esso od una superficie rilevata od una superficie concava, secondochè lo strumento tende ad alzarsi od a deprimersi. Pertanto questo metodo, benchè comodo, non può raggiungere l'esattezza dei metodi esposti in precedenza.

§ 45. Analoghi sono i metodi che si usano nel determinare il peso specifico dei liquidi, cioè la bilancia idrostatica, la bilancia comune, la boccetta e l' areometro a volume costante.

Usando la bilancia comune vuolsi un palloncino di vetro, del volume di almeno cento centimetri cubi, caricato nell' interno con pallini di piombo o con mercurio, per modo che il peso di esso sia superiore a quello di un egual volume di acqua. È sostenuto da un sottil filo di platino che porta segnato un punto di affioramento, e che lo collega all' uncino di un guscio della bilancia. Innanzi tutto si dovrà determinare con molta cura e coi metodi suesposti, il peso reale ed il volume del palloncino (compreso quello del filo di sospensione fino al punto d' affioramento), ad una determinata temperatura, onde poterne calcolare il volume a qualsiasi altra temperatura, in funzione del suo coefficiente di dilatazione (si noti che il platino ha prossimamente lo stesso coefficiente di dilatazione del vetro). Pel vetro comune si può ritenere, senza notevole errore, esser questo coefficiente eguale a 0,000026.

Ora, conoscendosi il peso reale del pallone ed il volume di esso a 0°, se ne potrà argomentare il peso apparente tanto nell' aria a temperatura e pressione determinate, quanto nell'acqua a data temperatura, mercè le tabelle a pag. 33-34. Determinando poi il peso apparente del pallone stesso entro un'altro liquido, si potrà dedurne il peso specifico, cioè il rapporto tra il peso di un dato volume

di esso ed il peso di un egual volume di acqua a quattro gradi (a).

Anzi questo metodo si presterà anche alla determinazione del coefficiente di dilatazione di un liquido, per il quale sien dati i pesi apparenti del pallone sotto due diverse temperature (b).

(a) Nelle tre successive pesate le condizioni d' equilibrio saranno espresse rispettivamente dalle:

$$(1) \qquad p_p - a v'_p = p\left(1 - \frac{a}{\pi}\right),$$

$$(2) \qquad p_p + p_,\left(1 - \frac{a}{\pi}\right) - v'_p\, d_{,,} = p\left(1 - \frac{a}{\pi}\right) \text{ e}$$

$$(3) \qquad p_p + p_{,,}\left(1 - \frac{a}{\pi}\right) - v'_p\, d_{,,,} = p\left(1 - \frac{a}{\pi}\right),$$

dove p_p sia il peso reale del pallone, v'_p il suo volume alla temperatura t, p i pesi posti sull'altro guscio per equilibrare il suo peso apparente nell'aria, $p_,$ e $p_{,,}$ i pesi da porsi sul guscio da cui pende il pallone, quando esso è rispettivamente immerso sino al punto di affioramento nell'acqua avente la densità $d_{,,}$ o nel liquido la cui densità sia $d_{,,,}$. Assumendo dapprima $v'_p = \frac{p_,}{d_{,,}}$ come valore approssimato e postolo nella (1), se ne caverà un valore approssimato di p_p, il quale poi, posto nella (2), darà un più approssimato valore di v'_p, il quale posto nuovamente nella (1) darà p_p con maggiore approssimazione. E mercè la

$$(4) \qquad v'_p = v_p\,(1 + \alpha_{,,}\, t)$$

s'avrà il volume v_p del pallone a 0°, posto $\alpha_{,,}$ il coefficiente di dilatazione cubica del vetro. In seguito, giovandosi delle (2) e (3), si potrà determinare con approssimazione $d_{,,,}$ cioè la densità relativa del liquido alla temperatura t; dalla quale poi s'avrà questa densità a 0°, ove sia dato il coefficiente di dilatazione del liquido stesso.

(b) Qualora nelle (2) e (3) della nota precedente $p_,$ e $p_{,,}$ rispondano ai pesi da applicarsi sul guscio della bilancia da cui pende il pallone, quando questo è immerso in uno stesso liquido, avente ora la densità $d_{,,}$ alla temperatura t ed ora la densità $d_{,,,}$ alla temperatura t', e qualora nella (3), in luogo di v'_p si ponga v''_p cioè il volume del

Quando si voglia usare la bilancia comune si sospenderà codesto palloncino ad un esterno sostegno, mentre l'acqua od il liquido si porranno entro tazza, posata su un guscio di essa, ed equilibrata da opportuno peso sull'altro guscio. È però facile vedere che in questo caso la bilancia deve reggere al peso della tazza e di un volume del liquido maggiore che nel caso precedente, e che vuolsi anche curare la diminuzione di peso provata dal liquido durante le successive pesate per la propria evaporazione.

§. 46. Il metodo della boccetta, che per i solidi è meno opportuno di quello della bilancia idrostatica, per i liquidi riesce invece appropriato. Conviene però che la boccetta abbia la forma di un palloncino della capacità d'almeno cento centimetri cubi, ed abbia un collo capillare, il quale si apra poi in un tubo più capace, che può essere chiuso con un tappo a smeriglio, diligentemente lavorato. Si dovrà anzitutto determinare la capacità del pallone alla temperatura 0° fino al punto in cui il cannello sbocca nell'apertura superiore, e determinare altresì il volume corrispondente alla sua esterna superficie quand' è chiuso dal tappo, mediante la determinazione del peso specifico medio di esso. In funzione poi del coefficiente di dilatazione del vetro si avranno i valori della detta capacità e del detto volume a qualsiasi temperatura; cosicchè si potrà direttamente determinare col peso del liquido che riempie la detta capacità, tanto il peso specifico del liquido stesso, quanto ancora il suo coefficiente di dilatazione, se si conosceranno i pesi di riempimento con un tal liquido sotto due diverse temperature.

Il pregio del palloncino a tappo suddescritto sta nel potersi apprezzare con sicurezza la temperatura del liquido in esso introdotto, e nel poterne anche limitare il volume con precisione. Poichè si immerge il palloncino entro un bagno di ghiaccio o di acqua a temperatura ben determinata (*a*) e ve lo si lascia tanto che il liquido contenuto

---

pallone alla temperatura t', quelle equazioni potranno fornire il coefficiente di dilatazione $\alpha_{'''}$ del liquido, mercè la relazione:

$$d_{'''}\,(1+\alpha_{'''}\,t') = d_{''}\,(1+\alpha_{'''}\,t).$$

(*a*) Per ridurre meno variabile la temperatura del bagno d'acqua,

abbia assunto questa temperatura; il che si riconosce anche dalle variazioni di volume apparente del liquido stesso nel cannello del pallone, se si avrà cura di cavar fuori dal tubo superiore, per mezzo di carta bibula, il liquido che eccede il fissato limite di volume. Quando adunque questo volume del liquido più non muti, e quando insieme esso risponde col suo limite all'estremo superiore del cannello, s' avrà la certezza della temperatura di esso; e, chiusa poi l' apertura superiore col tappo, si avrà modo di determinare il peso del liquido contenuto, collocando il palloncino asciugato per bene al di fuori, sul guscio della bilancia, senza più curarsi delle ulteriori sue variazioni di temperatura.

Introducendo poi nella stessa boccetta ed in analogo modo un altro liquido, oppure lo stesso liquido a temperatura diversa, e pesando similmente, si avrà il valore della densità relativa di esso o del suo coefficiente di dilatazione (*a*).

---

conviene che questa abbia una massa ragguardevole e sia contenuta entro una capace tazza metallica, racchiusa questa in un altra di maggior diametro e di maggiore altezza; cosicchè tra le due parti di esse rimanga un vano contenente aria, i cui moti di convessione siano rallentati da soffice cotone, col quale si chiude superiormente codesto spazio annulare.

(*a*) Le condizioni d' equilibrio per le due pesate sono espresse dalle

$$p_b + p_l - av'_b = p\left(1 - \frac{a}{\pi}\right) \tag{1}$$

$$p_b + p'_l - av'_b = p_,\left(1 - \frac{a}{\pi}\right) \tag{2}$$

posti p_b p e p'_l rispettivamente i pesi reali della boccetta da sola, dell'acqua e del liquido, che in essa stanno alla temperatura t; p e $p_,$ i pesi applicati sul guscio per equilibrare la boccetta nelle due prove, e v'_b il volume della boccetta alla stessa temperatura t. Qualora siasi preventivamente determinato il peso reale p_b della boccetta ed il suo volume esterno v_b a 0°, s'avrà v'_b dalla

$$v'_b = v_b\,(1 + \alpha_{,,}\,t)$$

§ 47. Anche il metodo dell'areometro a volume costante, che per la misura della densità relativa dei solidi si è trovato poco rigoroso, può essere condotto a molta precisione, trattandosi di determinare il peso specifico od il coefficiente di dilatazione dei liquidi.

Un pallone di vetro, del volume di oltre ducento centimetri cubi, zavorrato nell'interno con mercurio, tantochè il peso totale di esso ecceda quello di un egual volume d'acqua, è munito d'un collo piuttosto corto e stretto, chiuso da un tappo a mastice, il quale porta una capsula per mezzo di asticina metallica sottile e rigida, sulla quale sta segnato il punto d'affioramento.

Anche qui converrà anzitutto determinare con cura il peso reale del pallone ed il suo volume a 0° al disotto del punto di affioramento, mediante il peso apparente di esso nell'aria e nell'acqua a nota temperatura. Mercè poi il coefficiente di dilatazione del vetro, si avrà il volume del pallone stesso a qualsiasi temperatura. Allora, determinando i pesi da porsi sulla sua capsula superiore per farli affiorare successivamente nell'acqua ed in un altro liquido, oppure in uno stesso liquido a diverse temperature si avrà modo di risolvere i detti problemi (a).

---

ritenuto $\alpha_{,,}$ il coefficiente di dilatazione cubica del vetro, e quindi le (1) e (2) fornirebbero il valore della densità relativa del liquido mercè il rapporto di p'_l a p_l.

Volendosi invece determinare il coefficiente di dilatazione di un liquido, in base a due pesate del liquido stesso che riempie la boccetta sotto due diverse temperature t e t', potranno ancora valere le precedenti equazioni (1) e (2), quando però si ponga

$$(3) \qquad p_l = v_o\,(1 + \alpha_{,,}\, t)\,\frac{d}{1 + \alpha_{,,,}\, t} \text{ e}$$

$$(4) \qquad p'_l = v_o\,(1 + \alpha_{,,}\, t_{,})\,\frac{d}{1 + \alpha_{,,,}\, t_{,}},$$

ritenuto v_o la capacità del pallone alla temperatura 0°, sino all'estremo del cannello, d la densità del liquido a 0°, $\alpha_{,,}$ e $\alpha_{,,,}$ i coefficienti di dilatazione del vetro e del liquido.

(a) Per determinare il peso reale dell'areometro p_a il cui volume

Queste successive determinazioni ponno adunque farsi senza altro uso di bilancia: e qui la estesa superficie del pallone a contatto del liquido non è nociva, come nell'areometro di Nicholson, essendo anzi tanto maggiore la approssimazione ottenibile dalle predette determinazioni quanto maggiore sarà il volume del pallone e più sottile l'asticina sostenente la capsula.

---

a t sia v'_a, e per trovare insieme codesto volume, varranno le equazioni:

$$(1) \qquad p_a - av'_a = p\left(1 - \frac{a}{\pi}\right)$$

$$(2) \qquad p_a + p_,\left(1 - \frac{a}{\pi}\right) = d_{,,}\, v'_a$$

dove p siano i pesi che equilibrano su la bilancia l'areometro da solo, e $p_,$ i pesi da porre su la capsula di esso per tenerlo sommerso sino al punto d'affioramento entro l'acqua la cui densità a t sia $d_{,,}$. Per una prima approssimazione si potrà assumere:

$$v_a = \frac{p_a - p_,}{d_{,,}}.$$

Siano poi $p_{,,}$ i pesi voluti a far affiorare l'areometro in altro liquido, la cui densità sia $d_{,,,}$ a t, si avrà

$$(3) \qquad p_a + p_{,,}\left(1 - \frac{a}{\pi}\right) = d_{,,,}\, v'_a$$

la quale, combinata colle precedenti, col metodo delle successive sostituzioni, potrà dare con molta approssimazione il valore della densità relativa del liquido proposto.

Se invece $p_{,,}$ rappresenta i pesi d'affioramento nell'areometro nello stesso liquido avente un'altra temperatura $t_,$, per cui il volume dello strumento diventi v''_a, si avrà

$$(4) \qquad p_a + p_{,,}\left(1 - \frac{a}{\pi}\right) = d_{,,,}\, v''_a,$$

per cui, combinando le (2) e (4), s'avrà la

$$(5) \qquad d_{,,}\, v'_a - p_,\left(1 - \frac{a}{\pi}\right) = d_{,,,}\, v''_a - p_{,,}\left(1 - \frac{a}{\pi}\right),$$

§ 48. Per conoscere, ma solo in forma approssimata, il vario grado di densità relativa dei liquidi, e piuttosto il vario grado di concentrazione delle soluzioni saline ed acide, riescono molto comodi gli areometri a peso costante, il cui punto d'affioramento è variabile. Sono molto in uso gli areometri di Baumé e di Cartier, i quali vennero semplificati dal Bellani, raccogliendo in uno l'areometro pei liquidi più densi e pei meno densi dell'acqua.

È un tubo cilindrico di vetro, chiuso agli estremi, contenente del mercurio per zavorra e portante una scala. Ove trattisi de'liquidi meno densi dell'acqua, le divisioni della scala si ottengono segnando i punti d'affioramento del tubo prima nell'acqua (ponendolo nella quale esso deve emergere per un buon tratto della sua lunghezza), poi in una soluzione fatta con 10 parti in peso di sal comune (cloruro di sodio) su 90 parti d'acqua: la distanza fra questi due punti vien ripartita in 10 parti tra loro eguali, ciascuna delle quali risponde ad un grado dello stromento, segnandosi 0 al primo e 10 al secondo dei detti punti di affioramento, e si continuano poi le stesse divisioni al dissopra di quest'ultimo, con numeri crescenti dal basso all'insù. È chiaro che un liquido sarà tanto meno denso quanto più s'affonderà in esso l'areometro, cioè quanto maggiore sarà il grado da esso indicato al punto d'affioramento, e che però i decrementi nella densità non saranno direttamente proporzionali all'aumento nel numero dei gradi per l'affioramento, ma seguiranno una ragione meno rapida.

Per i liquidi più densi dell'acqua s'aggiunge all'estremo inferiore del tubo un globicino, pure contenente del mercurio, di tal peso che posto così nell'acqua lo strumento, si sommerga quasi tutto il tubo, senza però affondarsi.

---

la quale può fornire il coefficiente di dilatazione $\alpha_{,,}$ del liquido stesso, ponendo in essa

$$d_{,,} = \frac{d}{1+\alpha_{,,,} t}; \; d_{,,,} = \frac{d}{1+\alpha_{,,,} t_{,}};$$

$$v'_a = v_a (1 + \alpha_{,,} t) \text{ e } v''_a = v_a (1 + \alpha_{,,} t_{,}),$$

ritenendo d la densità del liquido a 0°, v_a il volume dell'areometro a 0°, $\alpha_{,,}$ il coefficiente di dilatazione del vetro.

Una seconda scala è allora segnata sul tubo, determinandone i punti d'affioramento nell'acqua pura ed in una soluzione fatta con 15 parti di sale ed 85 di acqua; si divide la distanza tra questi due punti in 15 parti tra loro eguali, segnando 0 al primo e 15 al secondo, e si continua poi al disotto le stesse divisioni con numeri crescenti dall'alto al basso. E quì è evidente che, quanto meno s' affonderà lo stromento in una data soluzione, cioè quanto più alto sarà il grado del punto d'affioramento, tanto maggiore sarà la densità relativa di essa: però ancora le densità non cresceranno proporzionalmente ai gradi, ma bensì con una ragione più rapida.

Allo scopo di mostrare i rapporti che sussistono tra le indicazioni di questi areometri ed i corrispondenti pesi specifici dei liquidi diamo quì un' estratto delle rispettive tavole di ragguaglio.

PESI SPECIFICI CORRISPONDENTI

AI GRADI DELL'AREOMETRO PER I LIQUIDI

Meno densi dell'acqua			*Più densi dell'acqua*		
gradi	*pesi specifici*	*differenze*	*gradi*	*pesi specifici*	*differenze*
10	1,000		0	1,000	
15	0,963	37	10	1,074	74
20	0,929	34	20	1,160	86
25	0,897	32	30	1,260	100
30	0,867	30	40	1,380	120
35	0,840	27	50	1,525	145
40	0,814	26	60	1,705	170
45	0,789	25	70	1,932	227

Sonvi anche areometri speciali per taluni liquidi. Tra questi è celebre l' alcolometro di Gay-Lussac, il quale, data essendo una diluzione d'alcole, serve ad indicare con molta approssimazione la quantità in volume di alcole puro contenutovi. Esso è graduato empiricamente, segnandovi successivamente i punti d' affioramento nell' alcole puro (ove si nota 100), in una mistura di 95 parti in volume di alcole con 5 d'acqua, in altra di 90 d'alcole e

10 d'acqua, in altra di 85 d'alcole e 15 d'acqua, e così via, i quali punti sono rispettivamente segnati 95, 90, 85, ecc. Le distanze tra due consecutivi punti non sono eguali tra loro, ma vanno gradatamente diminuendo dall' alto al basso: però la differenza tra due successivi intervalli essendo piccola, non si commette grave errore ripartendo ciascuno di tali intervalli in 5 parti tra loro eguali, e ritenendo anche queste divisioni proporzionali alla quantità in volume dell'alcole contenuto nelle miscele che daranno siffatti punti intermedi per l' affioramento. La predetta graduazione si ritiene fatta a 15°: qualora la temperatura della miscela sia non poco diversa da questa, le indicazioni dello strumento dovranno subire una correzione, poichè variano sensibilmente le densità del liquido.

§ 49. Crediamo altresì opportuno di aggiungere uno specchio dei pesi specifici di alcuni corpi, che tornano di maggior uso nella fisica.

Peso specifico dei corpi a 0°, riferito a quello dell'acqua pura a 4°.

Corpi indecomposti

Osmio (*a*) . .	21,35	Uranio . . .	18,40
Platino . . .	21,15	Tungsteno . .	17,60
Iridio	21,15	Mercurio (*b*) .	13,60
Oro	19,26	Palladio . . .	11,40

(*a*) Le densità qui esposte pei metalli riguardano lo stato molecolare che essi prendono dietro una semplice fusione. I diversi lavori che essi ponno subire ne modificano di molto la densità, siccome appare dallo specchletto a pag. 88. I dati qui esposti si trascelsero tra i meglio attendibili: tuttavia per non pochi metalli sonvi ancora alcune incertezze, attese le difficoltà di averli in istato di purezza, e regolarmente solidatisi colla fusione.

(*b*) Regnault, per medio di tre serie di sperienze, ottenne la densità a 0° del mercurio 13,5959.

Piombo . . .	11,36	Arsenico . . .	5,40
Rutenio . . .	11,30	Titanio . . .	5,30
Rodio . . .	11,00	Jodio	4,95
Argento . . .	10,47	Selenio . . .	4,50
Bismuto . . .	9,82	Diamante . . .	3,53
Uranio . . .	9,00	Bromo . . .	3,19
Rame	8,79	Boro	2,68
Niccolo . . .	8,80	Alluminio . .	2,56
Cadmio . . .	8,69	Strontio . . .	2,54
Molibdeno . .	8,61	Silicio	2,49
Cobalto . . .	8,51	Glucio . . .	2,10
Manganese . .	8,01	Solfo	2,03
Ferro	7,55	Fosforo . . .	1,77
Stagno . . .	7,29	Magnesio . . .	1,75
Zinco	6,86	Calcio	1,58
Antimonio . .	6,71	Sodio	0,97
Telluro . . .	6,24	Potassio . . .	0,86
Cromo . . .	5,90	Litio	0,59

Corpi diversi

Ottone	8,30	Vetro comune . .	2,45
Acciajo	7,83	Tormalina nera .	3,20
Ghisa	7,21	Arragonite . . .	2,95
Carbonato piombico	6,75	Spato islandico .	2,72
Ferro magnetico .	5,10	Quarzo	2,65
Pirite di ferro . .	5,00	Cloruro di sodio .	2,10
Solfato baritico .	4,70	Avorio	1,92
Diamante	3,53	Legni diversi (*a*) .	1,51
Vetro con piombo .	3,30	Ambra	1,08

(*a*) Violette trovò che i legni di qualsiasi essenza, ridotti in sottile limatura e vuotati d'aria, col lasciarli a lungo sotto una campana pneumatica, offrono uno stesso peso specifico. Ad esempio, ei trovò per l'ebano 1,515, per la quercia 1,510 e per il pioppo 1,512.

Liquidi

Acido solforico . .	1,850	Essenza di terebinto	0,870
Acido nitrico monoid.	1,522	id. di menta .	0,851
Solfuro di carbonio.	1,293	id. di cedro .	0,847
Glicerina	1,280	Nafta	0,847
Acido cloridrico . .	1,211	Alcole amilico . .	0,827
Latte di vacca . .	1,030	id. metilico . .	0,821
Acqua di mare. .	1,027	id. etilico . .	0,815
Olio di ricino . . .	0,970	Etere acetico . . .	0,868
id. ulive	0,916	id. etilico. . . .	0,739
Vino di Champagn.	0,962		

laddove i pesi specifici di questi legni, presi in pezzi, e riferiti al loro volume apparente, sono rispettivamente 1,210; 0,914 e 0,383. Soltanto il sovero, forse per la maggior difficoltà di ridurlo in fina limatura e di spogliarlo d'aria, diede al Violette un valore un po' minore degli altri legni, cioè 1,30.

Anche i carboni ottenuti da qualsivoglia qualità di legno, ridotti in polvere e privati d'aria, presentano un egual peso specifico, quando però siano stati preparati ad una stessa temperatura di carbonizzazione. È invece rimarchevole l'influenza delle temperature di preparazione, poichè dapprima questa produce un decremento e poscia un incremento di densità col suo aumentare; dapprima è il legnoso che si tramuta in carbone, poscia questo acquista una struttura sempre più compatta. Ecco alcuni dati, tolti dalle sperienze di Violette: . . .

Temperatura di carb.	*Peso specifico*	*Temperatura di carb.*	*Peso specifico*	*Temperatura di carb.*	*Peso specifico*
150°	1,507	310°	1,422	1023°	1,841
190	1,470	330	1,428	1250	1,862
230	1,416	350	1,500	1500	1,869
270	1,402	432	1,709	2000?	2,002

Il carbone di legno preparato in vaso chiuso a 350°, riesce simile nell'aspetto e nella composizione al litantrace, e presenta una densità minore (1,392) di quello preparato, come sopra, in vaso aperto.

Influenza dei lavori.

Metallo	*fuso*	*lavorato*	*differenza*
Platino . . .	21,15	22,07	0,92
Oro	19,26	19,36	0,10
Argento . . .	10,47	10,51	0,04
Bismuto . . .	9,82	9,88	0,06
Rame	8,79	8,88	0,09
Ottone . . .	8,39	8,54	0,15
Ferro	7,55	7,78	0,23
Stagno . . .	7,29	7,30	0,01
Zinco . . .	6,86	7,20	0,34
Alluminio . .	2,56	2,67	0,11

SU LE VARIAZIONI DI TEMPERATURA

prodotte nei liquidi da alcuni movimenti (*)

Sembrandomi probabile che taluni moti, prodotti da gravità in un liquido, avessero a cagionare nello stato molecolare di questo talune modificazioni, analoghe a quelle ingenerate in un fluido aeriforme da variazioni nella pressione, mi accinsi a sperimentare, se potevasi avere indizio di raffreddamento in una massa liquida, lorchè, per gravità, acquista un moto che tende a diminuire la reciproca pressione tra le parti interne di essa.

Così, ad esempio, pensai dapprima che potesse accadere in un liquido contenuto in un vaso, quando, d'un tratto, lo si lascia sgorgare da un foro praticato nelle parti inferiori delle pareti. Prevedendo però che codesta variazione nella temperatura esser dovesse ben piccola, come dirò innanzi, credetti valermi di termometri oltremodo sensibili, onde poterla per qualche parte riscontrare. Presi due termometri metastatici ad etere di Fastrè, i quali sono tanto sensibili, che 1.° *C.* corrisponde a circa 200 divisioni segnate sul cannello, ognuna delle quali potendosi agevolmente ripartire, ad occhio, in cinque, è dato apprezzare i millesimi di grado con bastevole sicurezza. Già m'ero valso d'uno di cotesti termometri in una delle mie lezioni, per rendere appariscente il calore che producesi in un

(*) È questa la riproduzione d'una Nota da me letta al R. Istituto lombardo nel maggio 1864.

corpo, fermandolo, dopo che abbia percorso un breve tratto di libera caduta. Una massa di mercurio, cadendo dall'altezza di appena un metro, manifestava un aumento di temperatura corrispondente a circa 15 delle dette divisioni, cioè a più di 74 millesimi di grado. Ma di quest'altre sperienze dirò più avanti.

1. Tentai pertanto con uno di così fatti termometri di rilevare se l'acqua, sgorgando da un largo foro praticato nel fondo d'un vaso in vetro, si raffreddasse sensibilmente. Ma le differenze di temperatura da strato a strato furono sempre sì grandi (relativamente alla squisitezza del termometro), e così inevitabili, ad onta d'ogni agitazione preventiva dell'acqua, che dovetti rinunziare a questo modo di prova, attese le irregolarità dei risultati. D'ordinario gli strati superiori essendo più caldi degli inferiori, ove appena si tenga un pò approfondato il serbatojo termometrico, onde aver campo di rilevare la prevista mutazione nel liquido mano mano scendente, il calore degli strati succedentisi maschera il raffreddamento occorso nei precedenti, che primi si misero in moto. E, se invece il serbatojo termometrico è dapprincipio appena ricoperto dal livello iniziale del liquido, la variazione ricercata riesce fuggevole, susseguendovi tosto il raffreddamento dovuto alla svaporazione dell'acqua aderente al serbatojo stesso, che vien rapidamente abbandonato dal liquido cadente. Poichè, d'altronde, importa che questa discesa sia rapida (epperò l'area del foro non dev'essere piccola rispetto alla sezione orizzontale del vaso), dovendo le molecole liquide raffreddarsi in proporzione della velocità del moto che in esse si determina.

Fui così subito condotto ad usare, invece dell'acqua, un liquido non vaporabile, ed assai più conduttivo pel calore, qual è il mercurio. Anzi questo liquido, grazie alla notevole sua densità, offre un altro vantaggio per codeste ricerche; poichè le variazioni di pressione negli strati inferiori, a parità di discesa del livello superiore, saranno, pei diversi liquidi, in ragione diretta della loro relativa densità. Però è facile vedere che, in ogni caso, per una determinata diminuzione nella pressione, il conseguente raffreddamento deve aver rapporto altresì coi coefficienti della comprimibilità meccanica e della dilatabilità termica d'ogni liquido.

Ma, pure col mercurio, tenendo fermo il suindicato modo di sperimentare, non ottenni ben distinti risultati, giacchè le ineguaglianze nelle temperature de' varj strati, anche per poca altezza di liquido, ed anche con un rimestamento preventivo, furono ancora così sensibili, che, sebbene s'avessero indizj di raffreddamento, pur non apparivano questi abbastanza accertati. Talora, collo sgorgare del liquido, s'aveva un breve abbassamento di temperatura; più spesso questa rimaneva invariata, e poche volte s'aveva un lievissimo aumento. Ciò però bastava a farmi convinto che, in ogni caso, intervenisse un raffreddamento, poichè questo elidere doveva tanto l'effetto termometrico dei più caldi strati superiori, quanto il calore promesso per attrito dal liquido scendente contro la superficie vitrea del termometro, massime lorchè questo era tenuto in prossimità del foro di efflusso.

2. Tentai allora un diverso modo di sperimentare. S'immaginino due larghi tubi di vetro, d'egual diametro, alti almanco quattro decimetri, disposti col loro asse verticale, e comunicanti fra loro inferiormente per mezzo d'una breve tubulatura in ferro, avente lo stesso diametro interno e munita di chiave, il cui foro per la comunicazione de' due tubi abbia un'ampiezza ben poco minore della sezione di questi. Supposto ora chiusa la chiave, ed empito un solo dei tubi di mercurio, è chiaro che la pressione interna aumentando gradatamente dalla sommità al fondo della colonna liquida, e quindi esercitandosi, di sotto in su, al fondo stesso una pressione rispondente al peso della colonna sovrastante, si potrà paragonare questa pressione a quella che risente la base di una verga solida reggentesi verticalmente in causa del proprio peso. Quando poi, d'un tratto, s'apra la chiave, determinandosi il moto di discesa mano mano dal basso all'alto, in tutti gli strati orizzontali della detta colonna liquida, si concepisce essere lo stato di questa, nel primo istante, paragonabile a quello della verga solida, or menzionata, lorchè le venisse tolto il sostegno inferiore e la si reggesse sospesa per l'estremo superiore. Il peso stesso della verga, che prima operava come una forza premente, opererà come una forza distraente tra i varj strati, e vi produrrà un raffreddamento corrispondente alla diminuzione nella loro coerenza relativa.

in modo analogo si effettuerà un diradamento, e quindi un raffreddamento tra i varj strati del liquido, con una misura però decrescente, grado grado che esso, scendendo pel tubo, riducesi colla sua superficie libera a più basso livello. D'altra parte poi, quel mercurio che va passando ed elevandosi nell'altro tubo, sollecitato dall'eccesso di pressione che è nel primo, verrà a risentire alla sua base una pressione gradatamente maggiore, e quindi tenderà a scaldarsi, in proporzione dell'aumento di coerenza tra i rispettivi strati orizzontali. Anzi codesto scaldamento è quivi cresciuto da quello corrispondente al trasformarsi in calore della forza viva di quella parte del mercurio che, salendo nel secondo tubo, perde la velocità dianzi acquistata colla caduta entro il primo. Però, astrazion fatta da quest' ultima fonte di calore, e ritenuto brevissimo il canale di comunicazione fra i due tubi, può ammettersi che il raffreddamento occorso nel primo risulti equivalente allo scaldamento promosso nel secondo, pel solo fatto delle opposte variazioni di pressione in essi avvenute. Tutt'al più può supporsi che la temperatura finale, nell'insieme della massa liquida, abbia ad essere minore della precedente, poichè l'altezza cui giungerà il mercurio nei due tubi sarà all'incirca la metà di quella che esso aveva stando tutto nel primo, talchè la pressione media e quindi l'incremento medio nella densità della massa saranno, all'incirca, la metà di quel che fossero rispettivamente nella condizione precedente. Tuttavia codesta diminuzione nella temperatura sarà in fatto mascherata dal calore promosso dal fermarsi del liquido sceso a più basso livello, come s'è notato poc' anzi.

Ora, ponendo in ciascuno dei tubi comunicanti uno dei sovradetti termometri ad etere, e notate le temperature innanzi di aprire la chiave e di poi, in parecchie prove, potei bensì rilevare un sensibile aumento di temperatura nel tubo in cui il mercurio saliva per poi fermarsi, mentre ebbi incerti o fuggevoli segni di raffreddamento nel tubo ove il mercurio rapidamente s'abbassava. Laonde mi resi persuaso, che il difetto principale di tali risultati stava nell'insufficiente prontezza de' miei termometri, cioè nella debolissima conduttività termica dell'etere, e nella poco estesa superficie del loro serbatojo termometrico:

talchè il vantaggio della estrema loro sensibilità scompariva, almeno per queste ricerche, al riguardo della scarsa loro prontezza.

M'appigliai quindi ai termometri a mercurio; scegliendo quelli che per la forma e le dimensioni del serbatojo meglio congiungessero la maggiore prontezza con una bastevole sensibilità. Presi due termometri a mercurio di Fastrè, col serbatojo cilindrico lungo 80 millimetri e d'una grossezza un po' minore di 6 millimetri, i quali sono muniti di cannelli così capillari, che un grado vi occupa più di 11 millimetri, portando segnati i decimi di grado, i quali, anche ad occhio nudo, ma meglio con un cannocchiale, ponno essere divisi in dieci parti, così da aversi i centesimi di grado. Con questi potei sempre riconoscere nel tubo ove il mercurio s' abbassa un repentino raffreddamento, il quale, per medio di dieci prove, risultò di circa 8 millesimi di grado. Convien però badare dapprima che il mercurio abbia una temperatura abbastanza uniforme e stazionaria, il che non è sempre facile ad ottenersi. Benchè il mercurio sia un liquido di molta conduttività termica, v' è sempre negli strati superiori una temperatura un po' più elevata che nol sia negl' inferiori. Quindi, per rilevare con sicurezza il raffreddamento del liquido cadente, bisogna fissare il termometro per modo, che soltanto il serbatojo sia immerso nel liquido, stando la parte superiore di esso a fior di liquido. Allora il liquido termometrico segnerà la media delle temperature de' varj strati del liquido esterno innanzi che si effettui la loro caduta coll' aprire della chiave, e potrà segnare di poi il loro raffreddarsi pel diradamento, e quasi direi per lo strappamento che i singoli strati esercitano successivamente gli uni sugli altri, mano mano che si determinano al moto di caduta. Se invece il serbatojo è appena un po' affondato sotto il livello del liquido, gli strati superiori più caldi, scendendo poi a toccarlo, vengono ad elidere in tutto od in parte il raffreddamento comunicatogli dagli strati inferiori che prima lo toccavano.

3. Pensai allora che avrei potuto ottenere segni ancora più manifesti di raffreddamento, provocando artificialmente in un liquido una velocità di discesa maggiore di quella che nei primi istanti vi determina la gravità. Presi una

pozzetta di vetro, profonda circa 30 centimetri e larga un pajo di centimetri, l'empii quasi di mercurio, e reggendola colle mani a mezzo di alcune assicelle così da non iscaldare con quelle il liquido, e da poterla rapidamente alzare od abbassare a volontà. Fissai verticalmente ad uno stabile sostegno l'estremo superiore di un termometro a mercurio, il più pronto dei due sovradetti, così da poterne leggere con sicurezza le indicazioni a mezzo d'un cannocchiale, e così che il suo serbatojo potesse venir liberamente immerso a varia profondità nel mercurio della pozzetta. Agitavo dapprima il liquido, onde diminuire al possibile le differenze di temperatura tra gli strati superiori e gl' inferiori di esso. Allora, secondo che il mercurio veniva mosso rapidamente dall'alto al basso o dal basso all' insù rispetto al serbatojo termometrico, che pur sempre restava immerso, con una corsa di 15 centimetri, ottenni sempre dapprincipio una diminuzione od un' elevazione di temperatura, la quale ben tosto cessava per l'opposta influenza termica degli strati a contatto de' quali passava di poi il serbatojo stesso. Nel primo caso, questo essendo dapprincipio verso il fondo della pozzetta, dov' è minore la temperatura, col rapido moto discensivo del liquido producesi un diradamento, e quindi un raffreddamento nella cappa liquida che già aderiva al serbatojo, la cui superficie è di circa 14 centimetri quadrati; però un tal raffreddamento veniva subitamente occultato dalla maggiore temperie degli strati superiori. Nel secondo caso il serbatojo sta dapprincipio a contatto dei più alti e quindi più caldi strati del mercurio, onde, col rapido moto ascensivo di questo, comprimendosi la cappa liquida già aderente alla sua superficie, si provoca uno scaldamento, il quale però vien presto occultato dalla più bassa temperatura degli strati inferiori. Ma intanto quella prima indicazione mai non manca, ed anzi si rende tanto più distinta, quant'è maggiore la velocità con cui si muove la pozzetta, e quant'è minore la differenza di temperatura negli strati del liquido. Per medio di 11 prove ottenni un raffreddamento di 0° 036 colla corsa discensiva, ed uno scaldamento di 0°.031 colla corsa ascensiva, essendo anzi i risultati delle singole prove ben di poco differenti tra loro.

Sperimentando, in modo affatto analogo, coll' acqua, in altre 11 prove ebbi, per medio, un raffreddamento di 0°,018 col moto di discesa del liquido, ed un riscaldamento di 0°,019 col moto di ascesa. Con una diluzione di acido solforico della densità di 1,20 ebbi, per medio di 7 sperienze, una diminuzione di 0°,013 colla corsa discensiva, ed un aumento di 0°,012 colla corsa ascensiva. Coll' olio di mandorle dolci ottenni, rispettivamente coi due ripetuti movimenti, il raffreddamento di 0°,0086 e lo scaldamento di 0°,0099, per medio di 10 sperimenti. Valori ben poco differenti da quest'ultimi ebbi coll' olio d'ulive e colla glicerina.

Dall' insieme di queste prove emerge adunque, che le condizioni più favorevoli per esse sono una sufficiente conduttività termica ed una scarsa vaporabilità del liquido. Così l' alcoole, e peggio ancora l' etere, non danno sicuri risultati; poichè gli strati superiori, e tanto più con un rapido movimento, si riducono, per isvaporazione, più freddi degli inferiori. Vi hanno pure influenza la compressività meccanica e la dilatabilità termica, la prima qual condizione favorevole e la seconda contraria: ma, variando queste due proprietà, all' incirca, con una medesima proporzione da liquido a liquido, la variazione nella temperatura, per questo riguardo, risulta, come si avvertì più sopra, poco diversa pei differenti liquidi.

4. Contro i precedenti risultati potrebbesi da taluno opporre, che l' osservato primo salto termometrico provenisse dalla variazione nella capacità del serbatojo motivata dalle stesse differenze di temperatura de' varj strati del liquido contenuto nella pozzetta: poichè quando appare un raffreddamento col moto discensivo, il serbatojo deve dilatarsi, passando a contatto degli strati superiori più caldi, e quando invece, colla corsa d' ascesa, appare un riscaldamento, il serbatojo deve contrarsi, venendo a toccare i più freddi strati inferiori. Ma questo dubbio mostrasi già poco fondato per l' osservazione succennata, che il salto stesso risulta tanto più distinto, *cœteris paribus*, quanto minore è la differenza nella temperatura degli strati estremi. Però a sventare affatto codesto dubbio, sperimentai direttamente collo stesso termometro che, a produrre in esso il salto di un centesimo di grado per sola variazione

nella temperatura del serbatojo, richiedesi una differenza di 0°,66 toccandolo col mercurio, e di 1°,07 toccandolo coll' acqua, e ciò per medio di molti saggi fatti. Talchè, a produrre i salti medj di raffreddamento notati sopra, sarebbesi richiesta una differenza di temperatura di 2°,38 col mercurio e di 1°,93 coll' acqua, per medio delle surriferite prove. Laonde, tutt'al più quest' influenza darebbe ragione d' incirca un decimo dei valori rispettivamente trovati (*a*).

Potrebbesi ancora opporre, che col moto discensivo il serbatojo si dilatasse alcun po' per la scemata pressione, e si contraesse invece per aumento di pressione col moto di ascesa del liquido. Or quest' objezione, che, ad un primo aspetto, potrebbesi credere aver qualche valore pel caso che il liquido esterno abbia molta densità, qual è il mercurio, si mostra facilmente inadeguata, calcolando la variazione cubica del vetro per 0,20 d'atmosfera (rispondente appunto ai 15 c. di corsa che io produceva nel mercurio rispetto al serbatojo fisso). Assumendo anche il dato men favorevole, qual è quello di Regnault, che ottenne la contrazione di 0,0000833 per una pressione di 10 atmosfere, avrebbesi nel caso nostro un salto corrispondente appena a 0°,0109 (*b*).

(*a*) Che anzi, posteriormente, essendomi riescito di attenuare d'assai la differenza di temperatura tra gli strati del mercurio, ebbi più spiccati i salti succennati.

(*b*) Giusta i dati di Wertheim, codesto salto dovrebbe rispondere soltanto a 0°,005. Laonde nelle sperienze suddescritte intervengono anco le due condizioni ora menzionate a provocare il complessivo salto termometrico osservato, cospirando anzi entrambe colla variazione termica rispondente alla trasformazione di movimento nelle molecole liquide: ma la parte dovuta a quelle due influenze, prese insieme, è certamente piccola rispetto al parziale valore di quest'ultima, cioè della causa studiata in questo scritto.

S'aggiunga che nelle posteriori prove, accennate nella nota precedente, codeste variazioni di temperatura mi risultarono anzi più distinte, ancorchè la corsa del mercurio rispetto al serbatojo termometrico venisse ridotta a pochi centimetri, purchè fosse fatta con rapidità.

5. Posto così fuori di dubbio il atto del raffreddarsi d'un liquido collo scemare della mutua pressione tra le sue parti, stimo non inutile l'esporre i risultati di altre mie sperienze, accennate fin dal principio di questa nota, e dirette a rilevare l'aumento di temperatura provato da un liquido fermandolo, dopo che abbia percorso un determinato spazio di caduta libera (*a*). Un vaso cilindrico di vetro, di ben 7 centimetri di diametro, ed avente nel mezzo del suo fondo un foro chiuso da un tappo che può levarsi con una funicella, contiene tanto mercurio da empirlo sino all'altezza di 8 centimetri, cosicchè rimanga in esso sommerso il serbatojo di uno dei sovradetti termometri a mercurio. Questo vaso è sostenuto al dissopra di un largo tubo di vetro, che inferiormente mette capo in altro vaso di vetro, affatto simile al superiore, dentro il quale sta disposto l'altro dei detti termometri col suo serbatojo verticalmente fissato quasi a contatto del fondo. Uno schermaglio metallico tubulare protegge dal calor radiante i due vasi. Quando i due termometri, dapprima esattamente paragonati tra loro, accennano essere le temperature dei due vasi abbastanza stazionarie e pochissimo tra loro differenti si alza il tappo del vaso superiore, il mercurio si precipita nell'inferiore, e si rileva la temperatura cui esso giunge: la differenza tra questa e la precedente, appena innanzi la caduta, dà lo scaldamento dovuto al moto di gravità. L'influenza termica dei vasi vien attenuata dalla notevole massa del liquido cadente, che nelle ultime mie prove era di 1850 grammi. Il liquido raggiungendo la stessa altezza nei due vasi, poichè d'egual diametro, e questa rispondendo appunto alla lunghezza del serbatojo termometrico, può ritenersi, senza bisogno d'alcun rime-

---

(*a*) Nelle pregevoli letture popolari del Tyndall su la termodinamica si descrive un esperimento analogo a quello che qui si espone: ma ivi esso è condotto senza le cure e le diligenze che procacciano qualche valore scientifico ad un esperienza. Un po'di mercurio vien ripetutamente fatto cadere per breve spazio, passandolo successivamente da uno ad altro di due bicchieri, tenuti a mano dall'osservatore.

stamento, che ciascun termometro accenni la media delle temperature proprie dei varj strati liquidi toccanti il serbatojo stesso. E si noti che, appunto per quest' eguale altezza del mercurio, non occorre tener conto delle variazioni di temperatura, che in esso pur accadranno, come si verificò colle suesposte sperienze, poichè il raffreddamento succedente nel liquido entro il vaso superiore, nell' atto che va in esso abbassandosi per cadere, sarà eguale, e quindi compensato dal riscaldamento compientesi nel liquido stesso entro il vaso inferiore, nell' atto che va in esso elevandosi.

Ora, calcolando l'aumento di temperatura che nel mercurio devesi verificare, grazie alla velocità acquistata con una data caduta, e quindi la forza viva che vien trasformata in calore col fermarsi, ritenuto il valore di 423 chilogrammetri per l'equivalente meccanico di una caloria, si ha un valore (*a*), che mirabilmente risponde al riscaldamento che l'esperienza mi diede per medio di molte prove, ove si abbia riguardo al calore che il mercurio cadente viene inevitabilmente comunicando all'aria, in quanto perde, per la di lei resistenza, una parte della propria forza viva. Ecco il riassunto delle sperienze eseguite, almeno di quelle che poterono essere fatte in buone condizioni:

Numero delle prove	*Caduta del mercurio*	*Aumento di temperatura dato dall' esperienza*	*dal calcolo*
8 sperienze	0,^{m}383	0,°0291	0°,0296
10 »	0, 755	0, 0531	0, 0559
16 »	0, 782	0, 0575	0, 0579

(*a*) Le calorie C rispondenti alla caduta del peso p per lo spazio s saranno espresse da $C = \frac{ps}{423}$. E l' aumento t della temperatura che queste calorie produrranno nel corpo stesso, sarà dato dalla $t = \frac{s}{423\ c}$, ove c siano le calorie di temperatura dell'unità di peso del medesimo. Pel mercurio, alle ordinarie temperature, essendo $c = 0{,}032$, s' avrà $t = \frac{s}{13{,}5}$.

Talchè codesto rimarchevole accordo parmi un nuovo argomento a favore del suindicato valore dell' equivalente meccanico del calore, secondo le molte e svariate sperienze di Joule.

ERRATA

			OVE DICE	SI PONGA
Pag. 1	lin.	ult.	*pag.*	*pag.* 14
» 3	»	35	*liquifazione*	*liquefazione*
» 5	»	16	3,52	5,89
» id.	»	19	*utilico*	*etilico*
» 9	»	35	*serà*	*sarà*
» 16	»	15	*cominciando*	*cominciamo*
» id.	»	17	*esaminato*	*determinata*
» 42	»	17	*liquori*	*liquidi*

FINE.

INDICE

APPENDICE

ALTRE OPERE DELLO STESSO AUTORE

VENDIBILI

PRESSO QUESTA TIPOGRAFIA

MANUALE DI FISICA. Parte I — *Lugano* 1857.

SUI FENOMENI ELETTRICI E MAGNETICI. COMPENDIO DI ELETTROLOGIA — *Milano* 1864.

STUDJ SU LA FILOSOFIA NATURALE — *Pavia* 1865.

SUNTO DELLE LEZIONI DI FISICA DATE NEL 1864-65 — *Milano* 1865.

L' ONTOLOGISMO NELLA FISICA — *Pavia* 1866.

TAVOLE AD USO DELLA METEOROLOGIA — *Pavia* 1866.

LEZIONI SU LE CONDIZIONI FISICHE DELLA ELASTICITÀ — *Pavia* 1867.

SOMMARIO DI UN CORSO DI LEZIONI SU LA GRAVITÀ — *Pavia* 1867.

LA CREAZIONE DI ALCUNI ORGANISMI — *Milano* 1867.

In corso di stampa

RELAZIONI TRA ALCUNE PROPRIETÀ TERMICHE ED ALTRE PROPRIETÀ FISICHE DEI CORPI, con aggiunte. (Seconda edizione).